

مجموعه ها

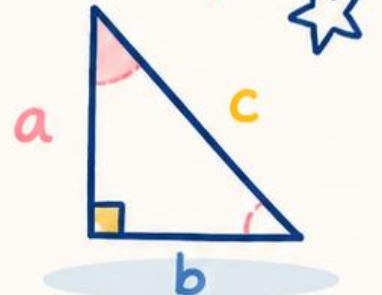
iq

فصل اول

ریاضی نهم

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\sqrt{x}$$





هر آتایی که در نظر بگیریم با هم فرق کنن

مجموعه:

به دسته ای از اشیاء **دو به دو متمایز** و مشخص، مجموعه گفته می شود.

پس بچه ها حواستان جمع باشد که:

۱. در مجموعه ها تکرار عضو بی معناست.

مثلاً:

$$\{1, 1, 2, 3\} = \{1, 2, 2, 3\} = \{1, 2, 3, 3, 3\} = \{1, 2, 3\}$$

$$A = \{1, 1, 1, 7, \sqrt{49}, 5\} = \{1, 7, 5\}$$

$$A = \{1, 1, 1, 7, 7, 5\}$$

۲. در مجموعه ترتیب مهم نیست.

مثلاً:

$$\{1, 2, 3\} = \{2, 3, 1\} = \{3, 1, 2\}$$

۳. مجموعه باید **خوش تعریف** باشد یعنی اعضا کاملاً مشخص باشند.

✓ چهار میوه خوشمزه ✗

✓ ۴ فصل سال ✗

✓ سه فصل سال ✗

✓ کل حالت های پرتاب یک تاس ✗
 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ✓
 ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ ✗

✓ پنج شاعر معروف ایرانی ✗

✓ سه عدد اول کوچک تر از ۱۰ ✗

✓ اعداد اول کوچک تر از ۱۰ ✗
 $\{2, 3, 5, 7\}$ ✓
 $\{2, 3, 5, 7, 11\}$ ✗

✓ شمارنده های اول ۱۲ ✗

✓ مضارب اول ۱۱ ✗
 $\{11\}$ ✓
 مقدم علیه ✗

مقداری عدد اول:

عدد اول	عدد اول
خوب است	خوب است
عدد اول نیست	عدد اول نیست
عدد اول نیست	عدد اول نیست
عدد اول نیست	عدد اول نیست



سؤال: کدام یک از عبارت های زیر مشخص کننده یک مجموعه است؟ مجموعه مورد نظر را نمایش دهید.

(الف) عددهای طبیعی و یک رقمی $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ **✓**

(ب) چهار شاعر ایرانی **X**

(ج) دو عدد اول کوچکتر از ۱۲ **X**
 $2, 3, 5, 7, 11$

اعداد اول کوچکتر از ۱۲: $\{2, 3, 5, 7, 11\}$ **✓**

تست: کدام یک از گزینه های زیر، یک مجموعه را نشان می دهد؟ (آزمون گاج ۱۴۰۴)

(۱) کتاب های پرفروش سال ۱۴۰۳ **X**

(۲) گاوهای موتورسوار **✓** $\{ \}$ مجموعه ای

(۳) اعداد فرد خیلی بزرگ **X**

(۴) سه عدد اول متوالی **X**

$\{2, 3, 5\}$ $\{3, 5, 7\}$

تست: کدام عبارت یک مجموعه را مشخص می کند؟

$\{1, 3, 5, 7\}$ $\{3, 5, 7, 9\}$

(۱) چهار عدد فرد متوالی **X**

(۲) پنج عدد بزرگتر از ۱۰۰ **X**

(۳) سه شهر ایران **X**

(۴) چهار عدد طبیعی زوج یک رقمی **✓** $\{2, 4, 6, 8\}$

تست: کدام یک از گزینه ها، یک مجموعه را معین می کند؟ (نمونه دولتی بزد)

$\{..., -14, -7, 0, 7, 14, 21, ...\}$

صفر منفی تمام اعداد است

(۱) ۱۰ عدد گویای کوچکتر از ۱۰ **X**

(۲) مضرب های صحیح و کوچکتر از هزار عدد ۷ **✓**

(۳) چهار عدد فرد طبیعی **X**

(۴) سه شمارنده طبیعی عدد ۸ **X**

$1, 2, 4, 8$

تست: کدام عبارت، یک مجموعه را تعیین نمی کند؟

(۱) مضرب های طبیعی عدد ۱۱ $\{11, 22, 33, \dots\}$ **✓**

(۲) بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از صفر $\{-1\}$ **✓**

(۳) مقسوم علیه های زوج عدد ۱۲۳ $\{ \}$ **X**

(۴) دو شمارنده اول عدد ۱۲۰ **✓**

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 $(2 \times 2 \times 2)$ (3) (5)
 $(2 \times 3 \times 5)$

$120 = \{2, 3, 5\}$ شمارنده های اول





$$A = \{5, 7, 9\} \rightarrow 5 \in A$$

IQ عضویت در مجموعه:

مجموعه $A = \{2, 3, 5, 7\}$ را در نظر بگیرید، ۷، ۵، ۳، ۲ اعضای مجموعه A هستند برای نشان دادن اینکه مثلاً ۳ عضو A است می نویسیم $3 \in A$

بنابراین در مجموعه $A \leftarrow 3 \in A, 2 \in A$

و وقتی عضوی در مجموعه نباشد می نویسیم $12 \notin A, 9 \notin A$

هرکدام خودش بیاد بیرون ← عضو

.. یا چنتا سون بیان سرون ..

بدون تو آ کوادر ← زیر مجموعه

تست: چندتا از عبارت های زیر درست است؟

$\{1\} \notin \{3, 1\}$ ✓
 $3 \in \{\{3, 5\}, 7\}$ ✗
 $1 \in \{1, \{2\}\}$ ✓
 $\emptyset \notin \{0\}$ ✗

$\{3, 1\}$ اولاد ۱
 $\{\{3, 5\}, 7\}$ هفت، اولاد ۵، ۳
 $\{1, \{2\}\}$

۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴)

تست: اگر $A = \{\{a\}, \{b\}, b, \{a, c\}\}$ باشد، کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟ (غونه دولقی اصفهان)

$$A = \{\{a\}, \{b\}, b, \{a, c\}\}$$

$b \in A$

- $a \in A$ ✗
- $c \in A$ ✗
- $\{c\} \in A$ ✗
- $b \in A$ ✓

تست: اگر $A = \{\{\{1\}\}, \{1, 2\}\}$ و $B = \{\{1, 2\}, \{1\}\}$ ، آن گاه کدام گزینه زیر درست است؟

$$B = \{\{1, 2\}, \{1\}\}$$

$$A = \{\{\{1\}\}, \{1, 2\}\}$$

- $1 \in A$ ✗
- $1 \in B$ ✗
- $\{1\} \in A$ ✗
- $B \in A$ ✓

تست: اگر $A = \{2, \{2\}, \{2, 1\}, \{2, 2, 1\}\}$ باشد، کدام عبارت درست است؟

$$A = \{2, \{2\}\}$$

(۱) مجموعه A ، ۴ عضو دارد.

(۲) $\{\{2\}\} \in A$

(۳) $6 \in A$

(۴) A بیش از ۱ عضو دارد. ✓



تست: با توجه به مجموعه‌ی $A = \{0, 1, \{2\}, \{1, 2\}\}$ ، کدام گزینه درست است؟



$$A = \left\{ 0, 1, \{2\}, \{1, 2\} \right\}$$

↓ ↓ ↓ ↓
صفر یک دو یک و دو

$\phi \in A$ ✗

$\{0, 1\} \in A$ ✗

$\{1\} \notin A$ ✓

$\{2\} \notin A$ ✗

تست: اگر $M = \{a, a+1, a-2, a+3\}$ و $5 \in M$ ولی $7 \notin M$ ، آن گاه a چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟ (نوعه دولتی تهران)



$$\begin{aligned} a = 5 &\rightarrow \{5, 6, 3, 8\} \checkmark \\ a+1 = 5 \quad a = 4 &\rightarrow \{4, 5, 2, 7\} \\ a-2 = 5 \quad a = 7 &\rightarrow \{7, 8, 5, 10\} \\ a+3 = 5 \quad a = 2 &\rightarrow \{2, 3, 0, 5\} \checkmark \end{aligned}$$

۱ (۱)

۲ (۲) ✓

۳ (۳)

۴ (۴)

$A = \{6, \{6, 6\}, \{6\}, \{6, 6, 6\}\}$

$\{4\} \quad \{4\}$

$A = \{4, \{4\}\}$

تست: مجموعه زیر چند عضو دارد؟ (آزمون واله ۱۴۰۳)



۱ (۱)

۲ (۲) ✓

۳ (۳)

۴ (۴)



فاکتوریل و ماجراهایش

$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$

$3! = 1 \times 2 \times 3$

$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$

$n! = (n-1)! \times n$

$4! = 3! \times 4 \quad 18! = 17! \times 18$

$n!$ ← ضرب اعداد طبیعی از ۱ تا n

تذکره: فاکتوریل برای تمام اعدادی که در دل خود دارند یا می‌توانند ایجاد کنند بخش مهمی است.





$$A = \{3, 6, 9, \dots\}$$

مضرب ۳

$$7! + 21 = 7(\dots) \quad 5! + 3 = 3(\dots)$$

$$4! + 12 = 4(\dots) \quad 7! + 4 = 4(\dots)$$

تست: کدام گزینه به مجموعه روبرو تعلق دارد؟ (آزمون ۱۱۶۳)

$$3(\dots) = (1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 19) + (3 \times 3)$$

$$7! - 1 \quad \times$$

$$5! + 1 \quad \times$$

$$19! + 9 \quad (\checkmark)$$

$$20! + 2! \quad \times$$

مجموعه تهی: $\{\} = \emptyset$

مجموعه ای است که هیچ عضوی ندارد. مجموعه تهی را به صورت $\{\}$ یا $\emptyset$ نمایش می دهیم.

مثلاً: مجموعه اعداد دو رقمی روی تاس یک مجموعه تهی است.

سؤال: سه عبارت بنویسید که هر کدام نشان دهنده مجموعه تهی باشد؟

۱- اعداد طبیعی (حزاز ۱) $A = \{\}$

۲- اعداد ۲ اتمی روی تاس $B = \{\}$

۳- گاوهای مونترسار $C = \{\}$

مربع کامل و مکعب کامل

مربع کامل است

$$3^2 = 9 \quad 2^2 = 4 \quad 1^2 = 1$$

$$5^2 = 25 \quad 4^2 = 16$$

مکعب کامل

$$2^3 = 8 \quad 3^3 = 27 \quad 1^3 = 1$$

$$4^3 = 64$$

تست: کدام یک از مجموعه های زیر، تهی است؟

$$\{5\} \quad \times$$

$$\{1\} \quad \times$$

$$\{0\} \quad (\checkmark)$$

اعداد صحیح غیر مثبت که مربعشان با خودش برابر است.

$$\{\}$$

$$Z = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

اعداد صحیح غیر مثبت

مربع مثبت





$$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{9}$$

نامنفی

تست: کدام مجموعه، تهی است؟ (آزمون واله ۱۴۰۴)

۱. مجموعه اعدادی که از توان دومشان بزرگترند. $\{x^2 | x \in \mathbb{R}\}$

۲. مجموعه اعدادی که نه اول هستند و نه مرکب. $\{x | x \text{ neither prime nor composite}\}$

۳. مجموعه اعدادی مانند x ، به طوری که $\sqrt{x}$ منفی است.

۴. مجموعه اعدادی که مجذورشان، نامثبت است. $\{x | x^2 \leq 0\}$

توان دوم = مربع = مجذور

تست: اگر $A = \{0, \{\emptyset, 0\}, \{\emptyset, \{0\}\}\}$ باشد، چه تعداد از عبارت‌های زیر صحیح است؟

$$\{0\} \in A$$

X

$$\{0\} \notin A$$

✓

$$\{\emptyset\} \in A$$

X

$$\emptyset \in A$$

X

$$A = \{0, \{\emptyset, 0\}, \{\emptyset, \{0\}\}\}$$

✓ یک عبارت

X دو عبارت

X سه عبارت

X هیچ کدام

منه‌عضوی $\emptyset = \{\}$ $\{\} \rightarrow \{\}$

$$\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

$$\{\emptyset\}$$

$$\{\{\}\}$$

تست: مجموعه مقابل چند عضوی است؟ (آزمون واله ۱۴۰۳)

$$\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲ ✓

(۴) ۴

۱۹ عدد اصلی یک مجموعه یا تعداد اعضاها

$$A = \{2, 3\} \quad n(A) = 2$$

$$B = \{1, 4, 7\} \quad n(B) = 3$$

تست: عدد اصلی (تعداد اعضای) کدام مجموعه متفاوت است؟ (آزمون واله ۱۴۰۴)

$$n = 4 \quad \{4, 4, 8, 9\}$$

$$n = 4 \quad \{1, 5, 25, 125\}$$

$$n = 5 \quad \{18, 34, 54, 72, 90\}$$

$$n = 4 \quad \{ن, س, ح, ا\}$$

X مجموعه اعداد مرکب یک رقمی

X مجموعه شماره‌های طبیعی عدد ۱۲۵

✓ (۳) مجموعه مضارب دو رقمی عدد ۱۸

X مجموعه حروف کلمه احسان

اح س * ن

