

درس اول: مجموعه‌ها

می‌دونم که با مفهوم مجموعه تو سال نهم آشنا شدین. مجموعه درسی بسیار شیرین و عین حال فوق‌العاده کاربردی. علاوه بر اینکه بسیار ساده است ولی توی اغلب علوم ارزش استفاده می‌کنن. تسلط به مفاهیم مجموعه بعداً بهتون تو سایر مفاهیم کمک می‌کند. مطالعات جدی دربارهٔ مجموعه‌ها با کار جورج کانتور در سال ۱۸۷۰ آغاز شده است.

 $\{a, a\}$

ابتدا به یادآوری کوچولو بکنیم، بعد وارد مفاهیم مجموعه دبیرستان بشیم.

۱- مفاهیم مقدماتی مجموعه

یک مجموعه در ریاضی به معنی یک گروه از اشیاست که ویژگی مشترکی دارند. این اشیاء یا عناصر کاملاً مشخص و غیر تکراری هستند. به عبارت دیگر، اعضای یک مجموعه باید به وضوح تعریف شوند و نمی‌توانند تکرار شوند. برای این که یک مجموعه به درستی مشخص شود، اعضای آن باید به طور دقیق تعریف شوند. برای مثال، اگر بگوییم «چهار عدد فرد متوالی» این تعریف دارای جواب‌های مختلف و غیردقیق است. به همین دلیل نمی‌توان این را یک مجموعه صحیح دانست. اما وقتی می‌گوییم «اعداد اول یک رقمی» این تعریف دقیقاً چهار عدد مشخص دارد: $\{2, 3, 5, 7\}$. مجموعه‌ها معمولاً با استفاده از حروف بزرگ انگلیسی مانند A, B, C و ... نام‌گذاری می‌شوند. اعضای این مجموعه نیز داخل آکولاد $\{ \}$ قرار می‌گیرند. به‌طور مثال:

• مجموعه اعداد طبیعی زوج یک رقمی $A = \{2, 4, 6, 8\}$

• مجموعه اعداد اول یک رقمی $B = \{2, 3, 5, 7\}$

عضو بودن در یک مجموعه

برای اینکه یک عدد یک مجموعه باشد از نماد « $\in$ » استفاده می‌کنیم. اگر عددی عضو مجموعه نباشد از نماد « $\notin$ » استفاده می‌شود. به‌طور مثال:

$$4 \in A, 7 \notin A$$

تذکر: در مجموعه‌ها ترتیب اعضا مهم نیست برای مثال مجموعه $\{2, 4, 6\}$ و مجموعه $\{6, 2, 4\}$ با هم فرقی ندارند.

نکته: در مجموعه‌ها عضو تکراری معنایی ندارد. برای مثال مجموعه $\{2, 2, 3, 3\}$ با مجموعه $\{2, 3\}$ فرقی ندارند.

معمولاً تعداد عضوهای مجموعه‌ای مانند A را با نماد $n(A)$ یا $|A|$ نمایش می‌دهیم.

مثلاً اگر $A = \{1, 2, 3\}$ آن‌گاه $n(A) = 3$.

تهی، مجموعه‌ای عضو است که با $\emptyset$ یا $\{ \}$ نمایش داده می‌شود. مشخص است که $\{\emptyset\}$ یا $\{0\}$ مجموعه‌هایی دارای یک عضو هستند و ارتباطی با مجموعه تهی ندارند.

۱- در مورد مجموعه $A = \{1, \{1\}, \{2, \{2\}\}, \{\{2\}, 2\}\}$ کدامیک نادرست است؟

$n(\{2, \{2\}\}) = 2$ (✓)

$n(A) = 3$ (✗)

$\{2\} \in A$ (✓)

$\{1\} \in A$ (✗)

حل: ✗

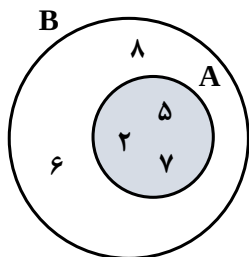
$$A = \{1, \{1\}, \{2, \{2\}\}, \{\{2\}, 2\}\}$$

$$\begin{cases} 1 \in A \\ \{1\} \in A \\ \{2, \{2\}\} \in A \end{cases}$$

۲- زیرمجموعه

مجموعه A زیرمجموعه B است، در صورتی که هر عضو A متعلق به مجموعه B هم باشد و این گونه می‌نویسیم

$A \subseteq B$



$A = \{2, 5, 7\}$

مثلاً در شکل روبه‌رو B دارای ۵ عضو است و A یکی از زیرمجموعه‌های آن است:

$B = \{2, 5, 7, 1, 4\}$

از میان زیرمجموعه‌های یک مجموعه، دو زیرمجموعه بدیهی هستند. یکی، تهی که زیرمجموعه هر زیرمجموعه‌ای است و روی خود مجموعه. به ضد نمونه از زیرمجموعه‌های B توجه کنید:

$A_1 = \{\} = \emptyset$ فاقد عضو

$A_2 = \{5\}$ یک عضوی

$A_3 = \{5, 7\}$ دو عضوی

$A_4 = \{2, 5, 8\}$ سه عضوی

$A_5 = \{2, 5, 8, 6\}$ چهار عضوی

$A_6 = \{2, 5, 6, 7, 8\} = B$ پنج عضوی

۲- اگر $A = \{3\}$ و $B = \{2, \{3\}\}$ و $C = \{\{3\}, \{2, \{3\}\}\}$ باشد، کدام نادرست است؟

$B \in C$ (✗)

$A \in B$ (✗)

$A \in C$ (✗)

$B \subseteq C$ (✓)

حل: ✗

$3 \in A$

$2 \in B, \{3\} \in B$

$\{3\} \in B, \{2, \{3\}\} \in C$

۳- معرفی چند مجموعهٔ مهم

برخی از مجموعه‌های مهم که در سال‌های قبل با آن‌ها آشنا شدیم به شرح زیرند:

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$: مجموعة اعداد طبيعي

$W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$: مجموعه اعداد حسابی

$\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$: مجموعة اعداد صحيح

مجموعه اعداد گویا : $Q = \{\frac{m}{n} : m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0\}$

مجموعه اعدادی که نتوان آن‌ها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نمایش داد $= Q'$: مجموعه اعداد گنگ

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$: مجموعة اعداد حقيقي

$$r \in \mathbb{Q} \quad \frac{r}{1} \in \mathbb{Q}$$

مثال: (کار در کلاس صفحه ۲)

۱- الف) مجموعه $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ چه نام دارد؟ آن را روی شکل مقابل هاشور بزنید و دو عضو دلخواه از آن را در ناحیه

هاشورخورده بنویسید.

عدد کمالات

(ب) دو عدد گویا مثال بزنید که عدد صحیح نباشند و آن‌ها را روی شکل مقابل در

محل مناسب بنویسید.

(پ) اعداد زیر را روی شکل و در محل مناسب بنویسید.

$$\sqrt{17}, 0, 200, \frac{\pi}{2}, 2/3, 2\sqrt{5}, -\frac{25}{3}, -9$$

$$\pi \approx 3.14$$

ت) مجموعه اعداد صحیح غیر حسابی را با نمایش اعضا بنویسید. $\mathbb{Z}-\mathbb{W}=\{-1, -2, -3, \dots\}$

(ث) مجموعه $W-N$ چند عضو دارد؟

$$W - N = \{0\}$$

۲- هریک از اعداد داده شده را در یکی از جاهای مشخص شده روی محور بنویسید. کدام یک از این شش عدد گنگ اند؟

زیر آنها خط بکشید.

$$2/45, \frac{-7}{9}, 6, -4/9, \pi, -\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \approx 1,4$$

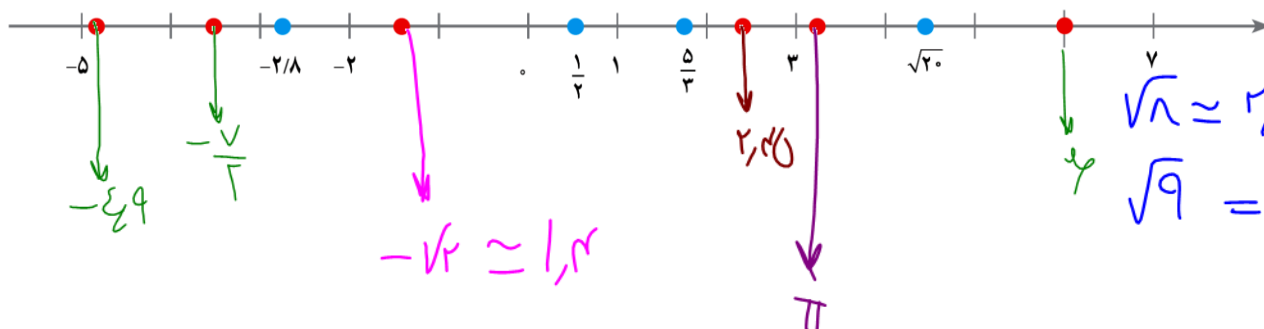
$$\sqrt{\Sigma} = \gamma$$

$$\sqrt{x} \approx 1, v$$

$$\sqrt{0} = 1, 1$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$\sqrt{v} \approx 12, 1, 9$



$$\sqrt{\lambda} \approx r, \lambda$$

$$\sqrt{9} = 3$$

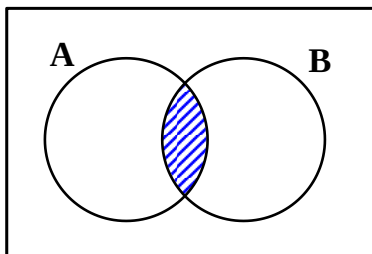
$$-v_r \simeq l_r n$$

π

۴- اعمال روی مجموعه‌ها

بر روی دو یا چند مجموعه می‌توان اعمال زیر را انجام داد:

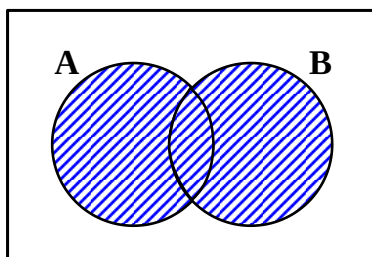
اشتراک: مجموعه شامل همهٔ عضوهایی را که هم عضو مجموعه A و هم عضو مجموعه B است، اشتراک A و B گوئیم:



$$A \cap B = \{x \in U \mid x \in A, x \in B\}$$

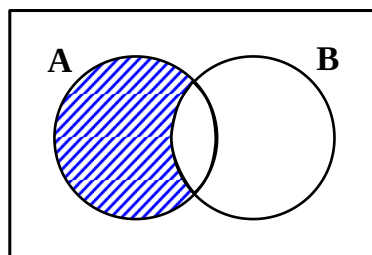
تذکر: به دو مجموعه که هیچ عضو مشترکی ندارند، یعنی $A \cap B = \emptyset$ ، دو مجموعهٔ جدا از هم یا دو مجموعهٔ مجزا گفته می‌شود.

اجتماع: مجموعه شامل همه عضوهایی را که حداقل عضو یکی از مجموعه‌های A و B است، اجتماع A و B گوئیم:



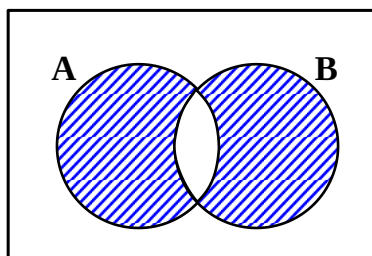
$$A \cup B = \{x \in U \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

تفاضل: مجموعه شامل همه عضوهایی که از مجموعه A که عضو B نباشند، تفاضل A از B (A منهای B) گوئیم:



$$A - B = \{x \in A \mid x \notin B\}$$

تفاضل متقارن: مجموعه شامل اعضای که فقط عضو A یا فقط عضو B باشند:



$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$$

۳- اگر $A = \{1, 2, 5, 7\}$ و $B = \{2, 3, 4, 6\}$ و $C = \{2, 4, 5, 7\}$ آن‌گاه $(A - B) \cup (B - C)$ کدام عضو را

شامل نمی‌شود؟

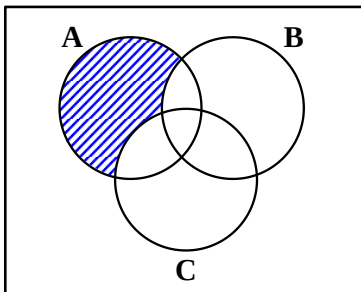
$$A - B = \{1, 5, 7\}$$

$$B - C = \{3, 6\}$$

$$(A - B) \cup (B - C) = \{1, 3, 5, 6, 7\}$$

حل:

۴- نمودار ون روبه‌رو مربوط به کدامیک از مجموعه‌های زیر است؟



$(A - B) - C$

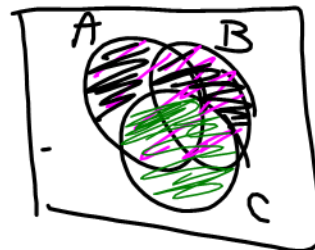
$$(A \cup B) - C$$

$$(A \cup C) - B$$

$$(A \cup B) - (B \cup C)$$

$$(A \cup B) - (A \cup C)$$

حل:



۵- کدام گزینه درست است؟

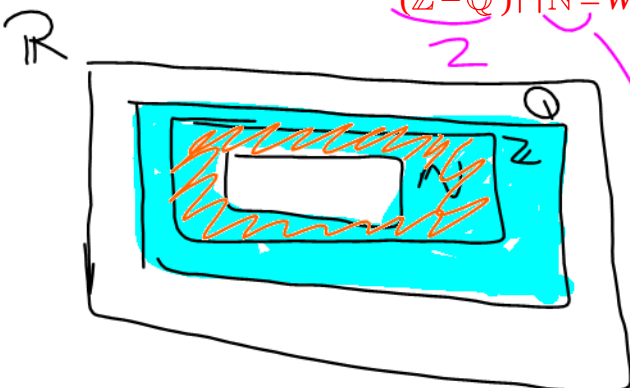
$$R - Z = Q' \cup (Q - N)$$

$$(Z - Q') \cap N = W$$

$$(Q - N) \cap Z = Z - N$$

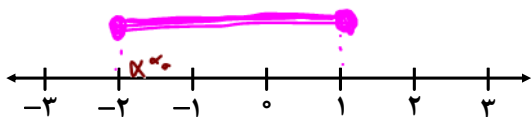
$$Q' \cup (Q - Z) = R - N$$

حل:



۵- بازه‌ها

در اینجا گونه دیگری از مجموعه‌های $\mathbb{R}$ را در نظر می‌گیریم، فرض کنید A مجموعه شامل تمام اعداد حقیقی بین -2 و 1 به همراه خود این دو عدد باشد، یعنی $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}$ اعضای A را روی محور زیر با رنگ کردن مشخص کنید.

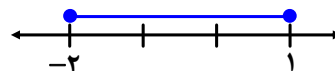


$[-2, 1]$

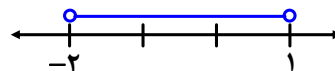
آیا می‌توان تمام اعضای A را فهرست کرد؟
آیا می‌توان عدد حقیقی بعد از -2 را مشخص کرد؟

چنین زیرمجموعه‌هایی از $\mathbb{R}$ که مشخص کننده یک قطعه از محور اعداد حقیقی باشد را «بازه» یا «فاصله» می‌نامیم. بازه‌ها در ریاضیات از اهمیت نسبتاً زیادی برخوردارند و ما هم در برخی از فصل‌های بعدی، به دفعات با آن‌ها سروکار داریم: به طور مثال چند تا از بازه‌های زیر را ببینید:

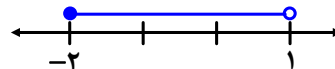
$A = [-2, 1] = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}$: بازه بسته بین -2 و 1



$B = (-2, 1) = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 1\}$: بازه باز بین -2 و 1



$C = [-2, 1) = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 1\}$: بازه نیم‌باز بین -2 و 1



مثال: (فعالیت صفحه ۳)

۱- اگر a و b دو عدد حقیقی دلخواه باشند، به طوریکه $a < b$ ، آن‌گاه جدول زیر را کامل کنید.

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
باز	(a, b)	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
بسته	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
نیم باز	$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	
نیم باز	$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	
نیم باز	$(1, 5)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 5\}$	
نیم باز	$[-3, 2)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 2\}$	

مثال: (کار در کلاس صفحه ۵)

۱- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید:

الف) $\frac{4}{3} \in [\frac{1}{4}, 2)$ ✓

ب) $-2 \in [-2, 0]$ ✓

پ) $0 \in (-2, 0]$ ✓

ت) $-2 \in \{-2, 0\}$ ✓

ث) $-1 \in \{-2, 0\}$ ✗

ج) $[-1, 2] \subseteq (-1, 2)$ ✗

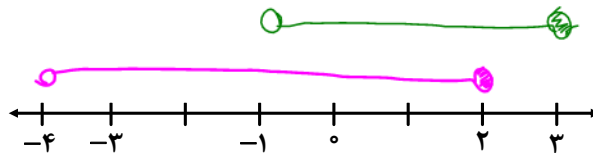
ح) $\{0, 1\} \subseteq (-1, 2)$ ✓

خ) $\emptyset \subseteq (-17, 0]$ ✓

د) $[2, 5) = (2, 5]$ ✗

$[2, 5) \neq (2, 5]$

۲- نمایش هندسی دو بازه $A = (-4, 2]$ و $B = (-1, 3]$ را روی محور زیر رسم کنید و سپس حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.



الف) $A \cap B = (-1, 2]$

ب) $A - B = (-4, -1]$

ج) $A \cup B = (-4, 3]$

د) $B - A = (2, 3]$

۶- عدد $-\frac{\sqrt{17}}{3}$ عضو کدام یک از بازه‌های زیر است؟

$(-\frac{5}{3}, \frac{3}{5})$ ✓

$[-\frac{4}{3}, \frac{3}{4}]$ ✗

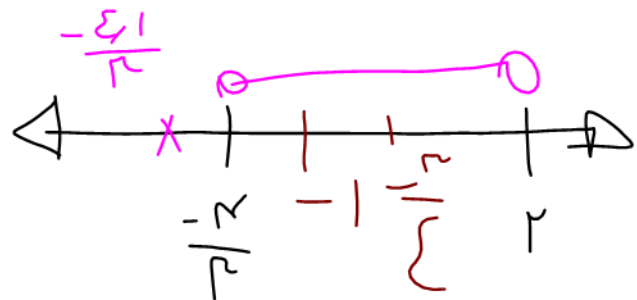
$[-1, 2)$ ✗

$(-\frac{3}{4}, \frac{4}{3})$ ✗

حل: ✗

$\sqrt{17} \approx 4.1$

$-\frac{\sqrt{17}}{3} \approx -\frac{4.1}{3}$



۷- کدام گزینه همواره بیانگر یک بازه است؟

$(-\sqrt{x}, x^2 + 1)$ (۴) ✓
 $(-x, x)$ (۳)
 (x, x^2) (۲)
 $(\frac{1}{x}, x)$ (۱) ✗

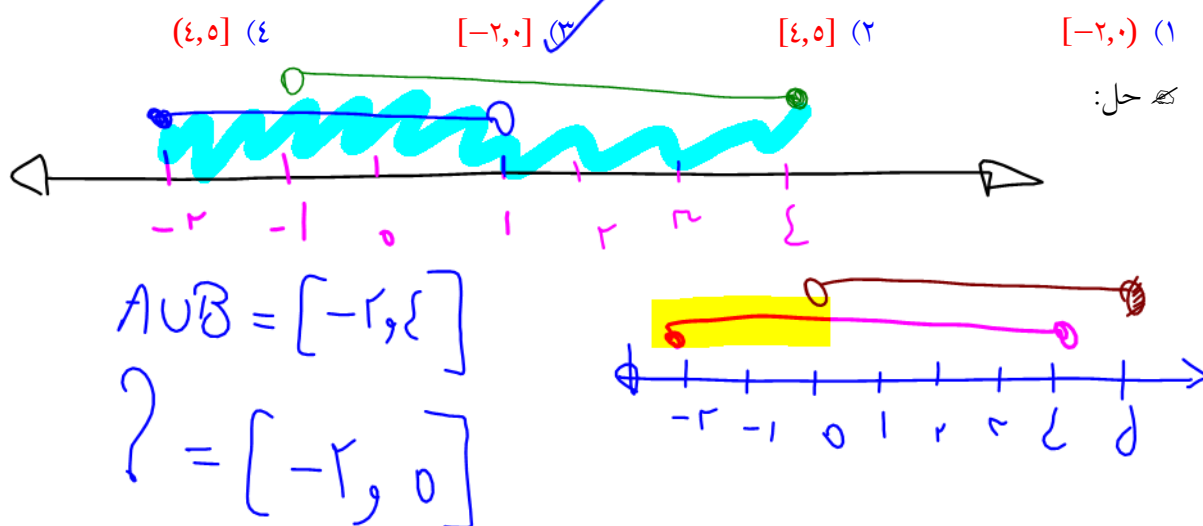
$x = -1 \rightarrow (-1, -1)$
 $x = 1 \rightarrow (1, 1)$
 $x = 1 \rightarrow (1, 1)$

$(a, b) : a < b$

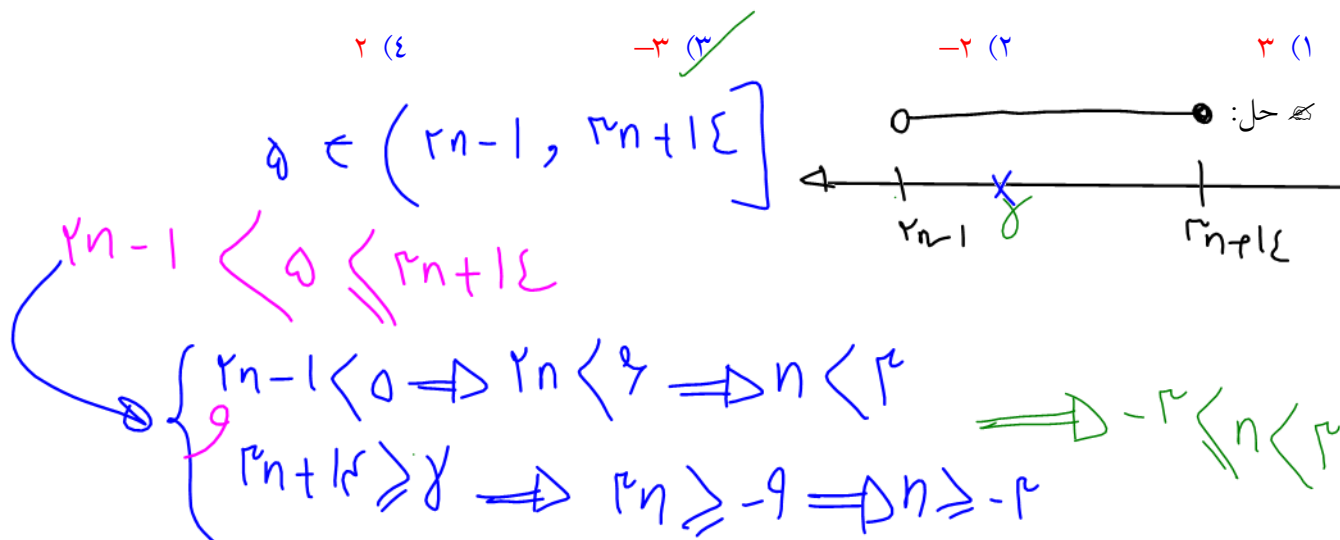
$-\sqrt{x} < x^2 + 1$
 برآورد ساده
 $=$

حل:

۸- اگر $A = [-2, 1)$ و $B = (-1, 4]$ و $C = (0, 5]$ مجموعه $(A \cup B) - C$ کدام است؟



۹- اگر $[2n-1, 3n+14]$ شامل عدد ۵ باشد، حداقل مقداری که n می‌تواند اختیار کند، کدام است؟



۱۰- اگر $n \in (2n-12, 5n+5]$ همواره برقرار باشد، اختلاف کوچکترین و بزرگترین مقدار صحیح n کدام

است؟

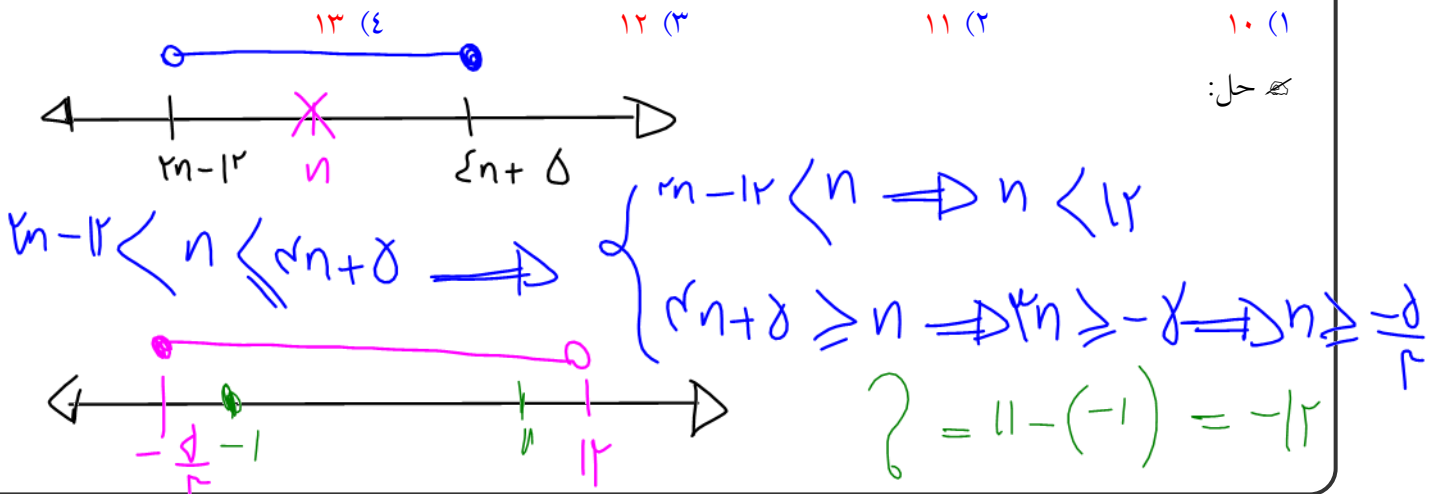
۱۰ (۱)

۱۱ (۲)

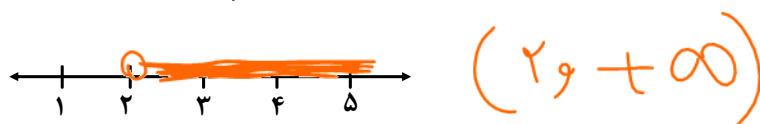
۱۲ (۳)

۱۳ (۴)

حل:



گاهی تمام اعداد حقیقی مثلاً بزرگتر از ۲ موردنظر است. به عنوان مثال، می‌دانیم که مجموعه جواب نامعادله $2x > 4$ به صورت $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$ است. اعضای C را روی محور نشان دهید.



مجموعه C را در قالب بازه با نماد $(2, +\infty)$ نمایش می‌دهیم که یک بازه محسوب می‌شود. به همین ترتیب برای مجموعه $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ نمایش بازه‌ای به صورت $(-\infty, 1]$ خواهد بود که یک بازه نیم باز است.

تذکر: توجه کنید $+\infty$ و $-\infty$ اعداد حقیقی نیستند.

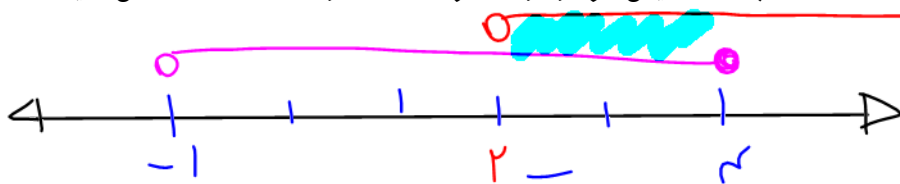
مثال: (فعالیت صفحه ۴)

۱- اگر a عدد حقیقی دلخواهی باشد، جدول زیر را کامل کنید.

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
باز	$(a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	
نیم باز	$[a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	
نیم باز	$(-\infty, a]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$	
باز	$(-\infty, a)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$	
باز	$(-\infty, +\infty)$	$\mathbb{R}$	
نیم باز	$[r, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq r\}$	
باز	$(-\infty, 5)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$	

(مثال صفحه ۴)

اگر $A = (-1, 4]$ و $B = (2, +\infty)$ آن گاه بعد از نمایش هر دو روی محور $A \cup B$ و $A \cap B$ را مشخص کنید.



$$A \cup B = (-1, +\infty)$$

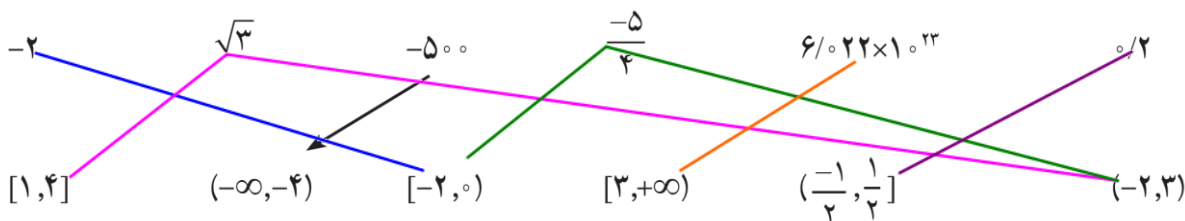
$$A \cap B = (-2, 4]$$

$$A - B = (-1, 2]$$

$$B - A = (2, +\infty)$$

مثال: (کار در کلاس صفحه ۵)

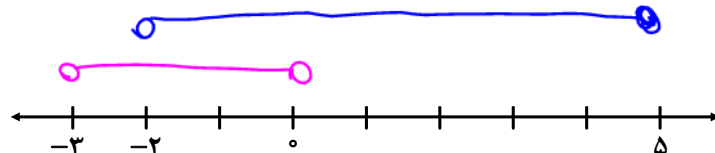
هر یک از اعداد زیر عضو یک یا چند تا از بازه‌های داده شده هستند. هر عدد را به بازه یا بازه‌های نظیر آن وصل کنید.



مثال: (تمرین ۴ صفحه ۷)

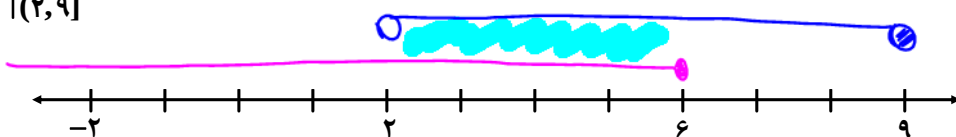
حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را با رسم بازه‌های آن‌ها روی محور بدست آورید.

الف) $(-3, 0) \cup (-2, 5]$



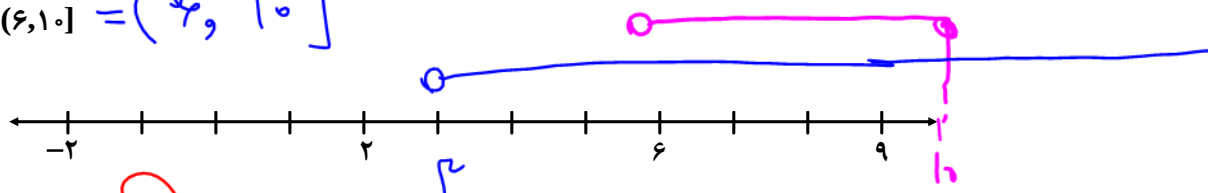
$$? = (-3, 5]$$

ب) $(-\infty, 6] \cap (2, 9]$

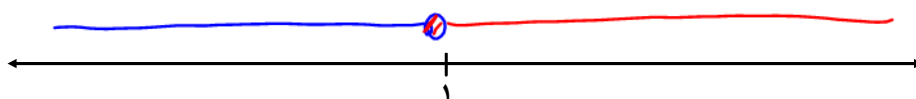


$$? = (2, 6]$$

پ) $(3, +\infty) \cap (6, 10] = (6, 10]$

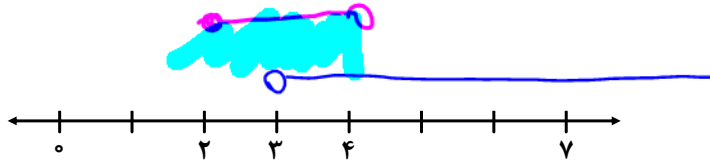


ت) $(-\infty, 1) \cup [1, +\infty) = \mathbb{R}$



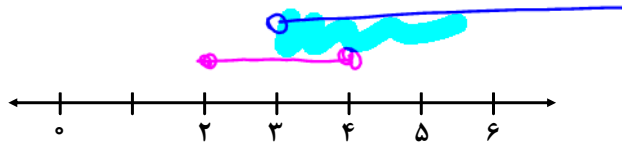
ث) $(2, 4) - (3, +\infty)$

? = $[4, +\infty)$



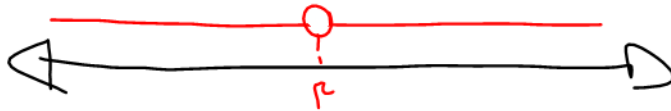
ج) $[2, 4] - (3, +\infty)$

? = $[2, 3]$



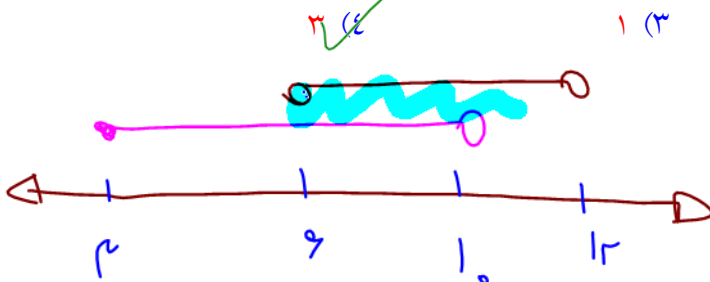
مثال: (تمرین ۵ صفحه ۷)

مجموعه $\mathbb{R} - \{3\}$ را روی محور نشان دهید و سپس آن را به صورت اجتماع دو بازه بنویسید.



$(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$

۱۱- با توجه به تساوی $[3, 10] - (-\infty, k) = [3, 10] - (6, 12)$ مقدار k کدام است؟



$[3, 6]$

حل:

۶- مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آن‌ها یک عدد حسابی است، مجموعه‌های متناهی است.

مجموعه‌هایی که متناهی نباشند را مجموعه‌های نامتناهی می‌نامیم.

تذکره: در واقع تعداد اعضای مجموعه‌های نامتناهی، از هر عددی که در نظر بگیریم بزرگ‌تر است.

$A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 12\}$

مثال: (فعالیت صفحه ۵)

فرض کنید A مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۴ و B مجموعه اعداد صحیح کمتر از ۴ باشد.

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{\dots, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

همان‌طور که می‌بینید $n(A) = |A| = \dots$ ولی تعداد اعضای B را نمی‌توان معین کرد. بنابراین A مجموعه‌ای $\dots$ و B مجموعه‌ای $\dots$ است.

مثال: (کار در کلاس صفحه ۶)

متناهی یا نامتناهی بودن هر یک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید. درباره مجموعه‌های متناهی سعی کنید تعداد دقیق یا تقریبی اعضای هر یک از آن‌ها را بنویسید.

مجموعه	نامتناهی	متناهی	تعداد اعضا (در مورد مجموعه‌های متناهی)
مجموعه اعداد اول یک رقمی		✓	$\{2, 3, 5, 7\}$ $n(A) = 4$
مجموعه انسان‌های روی زمین		✓	
مجموعه اعداد طبیعی فرد	✓		
مجموعه سلول‌های عصبی مغز یک انسان		✓	
مجموعه تمام دایره‌های به مرکز مبدأ مختصات	✓		
مجموعه دانش‌آموزان مدرسه شما		✓	
مجموعه اعداد طبیعی ده رقمی		✓	
مجموعه درخت‌های جنگل‌های آمازون		✓	
مجموعه کسرهای مثبت با صورت یک	✓		$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$
مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰	✓		$\{10, 20, 30, \dots\}$
بازه $(1, 0)$	✓		
مجموعه مولکول‌های موجود در یک مول مشخص از آب		✓	

نکته: اگر A متناهی و B نامتناهی باشد:

۱- $A \cap B$ و $A - B$ متناهی

۲- $A \cup B$ و $B - A$ نامتناهی اند.

نکته: اگر A و B هر دو نامتناهی باشند:

۱- $A \cup B$ نامتناهی

۲- $A - B$ ، $B - A$ و $A \cap B$ می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد.

مثال: (تمرین ۱ صفحه ۷)

فرض کنید U مجموعه تمام مضرب‌های طبیعی عدد ۵ باشد.

الف) U را با نمایش اعضای آن بنویسید.

$$U = \{ \quad \quad \quad \}$$

ب) U متناهی است یا نامتناهی؟

پ) یک زیر مجموعه متناهی از U بنویسید.

$$A = \{ \quad \quad \quad \}$$

ت) دو زیر مجموعه نامتناهی مانند C و D بنویسید، به طوریکه $C \subseteq D$.

مضارب ۲۰ $C = \{ \quad \quad \quad \}$

مضارب ۱۰ $D = \{ \quad \quad \quad \}$

مثال: (تمرین ۲ صفحه ۷)

متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه اعداد طبیعی (متناهی / نامتناهی)

ب) مجموعه شماره‌های عدد ۳۶ (متناهی / نامتناهی)

پ) بازه $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$

ت) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 2\}$

مثال: (تمرین ۳ صفحه ۷)

دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آن‌ها مجموعه‌ای متناهی باشد.

$$\begin{aligned} \mathbb{N} &= \{ \quad \quad \quad \} \\ W &= \{ \quad \quad \quad \} \end{aligned} \quad , \mathbb{N} \cap W = \dots\dots\dots$$

مثال: (تمرین ۶ صفحه ۷)

اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد آن‌گاه A متناهی خواهد بود یا نامتناهی؟

۱۲- کدام مجموعه زیر متناهی است؟

(۱) مجموعه تمام اعداد مضرب ۷

(۲) مجموعه اعداد صحیح مثبت کوچکتر از ۱۴۰۶

(۳) مجموعه اعداد گنگ بین $\sqrt{1405}$ و $\sqrt{1406}$ (۴) مجموعه اعداد گویای مثبت کوچکتر از $\frac{1}{4}$

☞ حل: