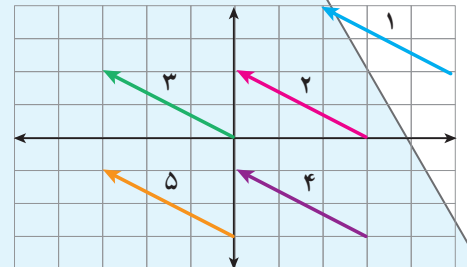
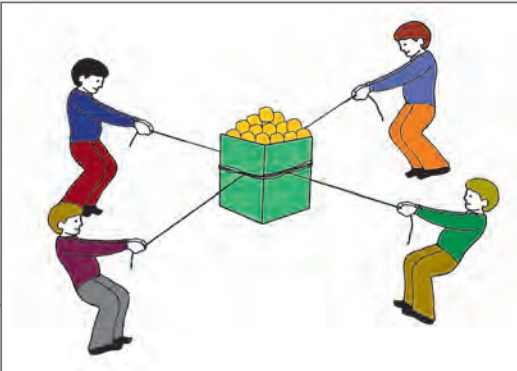
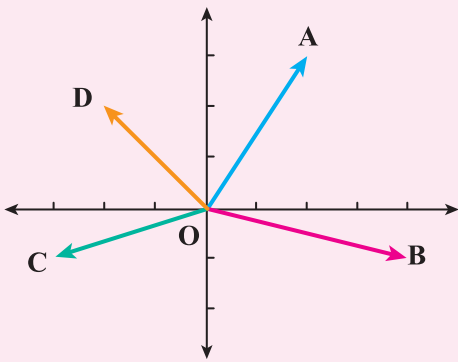
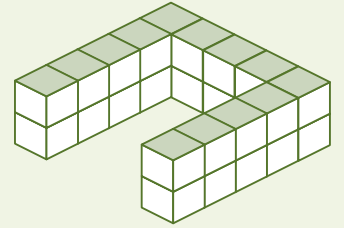
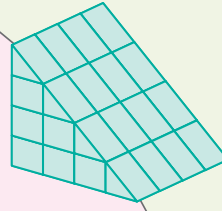
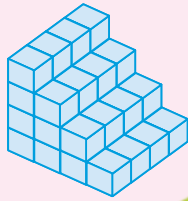


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

اَللّٰهُمَّ صَلِّ عَلٰى مُحَمَّدٍ وَّآلِ مُحَمَّدٍ وَّعَجِّلْ فَرَجَهُمْ

# ریاضی

پایه هفتم  
دوره اول متوسط



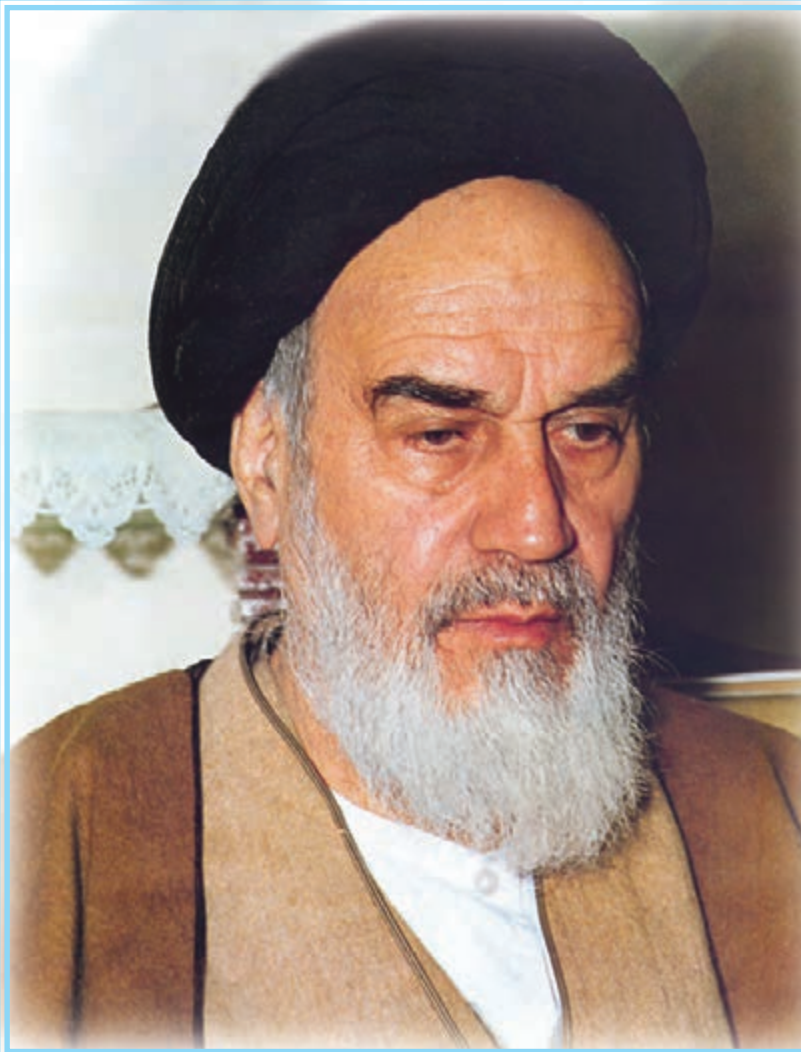
این کتاب در سال تحصیلی ۹۳-۹۲ توسط اعضای کمیته متوسطه ۱ گروه ریاضی دفتر تألیف مورد تصحیح و بازنگری کلی قرار گرفت.

وزارت آموزش و پرورش  
سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی



|                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|-----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| نام کتاب:                         | ریاضی - پایه هفتم دوره اول متوسطه - ۷۰۵                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| پدیدآورنده:                       | سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| مدیریت برنامه‌ریزی درسی و تألیف:  | دفتر تألیف کتاب‌های درسی عمومی و متوسطه نظری                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| شناسه افزوده برنامه‌ریزی و تألیف: | بهمن اصلاح‌پذیر، علی ایرانمنش، محمدحسن بیژن‌زاده، خسرو داودی، آرش رستگار، ابراهیم ریحانی، احمد شاهورانی، وحید عالمیان و سید محمدکاظم نائینی (اعضای گروه تألیف) - حمیدرضا امیری، زهره بندی، خسرو داودی، ابراهیم ریحانی، محمدرضا سیدصالحی و میرشهرام صدر (اعضای کمیته متوسطه ۱) - ابراهیم اسماعیلی اراضی و سید اکبر میرجعفری (ویراستار)      |
| مدیریت آماده‌سازی هنری:           | اداره کل نظارت بر نشر و توزیع مواد آموزشی                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| شناسه افزوده آماده‌سازی:          | احمدرضا امینی (مدیر امور فنی و چاپ) - مجید ذاکری‌یونسی (مدیر هنری) - محمد عباسی و حمید ثابت کلاچاهی (طراح گرافیک، طراح جلد، صفحه‌آرا) - یاسمن نرویتیان (تصویرگر) - فاطمه رئیس‌یان فیروزآباد و مریم دهقان‌زاده (رسام) - زهرا ایمانی‌نصر، فاطمه باقری‌مهر، رعنا فرج‌زاده‌دروئی، حسین چراغی، فاطمه پزشکی و راحله زادفتح‌اله (امور آماده‌سازی) |
| نشانی سازمان:                     | تهران: خیابان ایرانشهر شمالی - ساختمان شماره ۴ آموزش و پرورش (شهید موسوی)<br>تلفن: ۸۸۸۳۱۱۶۱-۹، دورنگار: ۸۸۳۰۹۲۶۶، کد پستی: ۱۵۸۴۷۴۷۳۵۹<br>وبگاه: <a href="http://www.chap.sch.ir">www.chap.sch.ir</a> و <a href="http://www.irtextbook.ir">www.irtextbook.ir</a>                                                                            |
| ناشر:                             | شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران: تهران - کیلومتر ۱۷ جاده مخصوص کرج - خیابان ۶۱ (داروپخش)، تلفن: ۴۴۹۸۵۱۶۱-۵، دورنگار: ۴۴۹۸۵۱۶۰، صندوق پستی: ۳۷۵۱۵-۱۳۹                                                                                                                                                                                    |
| چاپخانه:                          | شرکت چاپ و نشر کتاب‌های درسی ایران (سهامی خاص)                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
| سال انتشار و نوبت چاپ:            | چاپ چهاردهم ۱۴۰۵                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |

کلیه حقوق مادی و معنوی این کتاب متعلق به سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی وزارت آموزش و پرورش است و هرگونه استفاده از کتاب و اجزای آن به صورت چاپی و الکترونیکی و ارائه در پایگاه‌های مجازی، نمایش، اقتباس، تلخیص، تبدیل، ترجمه، عکس برداری، نقاشی، تهیه فیلم و تکتیر به هر شکل و نوع بدون کسب مجوز از این سازمان ممنوع است و متخلفان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.



امام خمینی قُدس سرُّه به بحث و مذاکره دربارهٔ مسائل علمی، به ویژه در مجلس درس  
علاقه فراوان داشتند. اگر بر جلسهٔ درس، سکوت حکمفرما می شد، می فرمودند:  
«مجلس درس است، نه مجلس روضه؛ سخن بگویید و اعتراض کنید.»

## سخنی با دانش آموز

### فصل ۱ — راهبردهای حل مسئله

۱

### فصل ۲ — عددهای صحیح

۱۳

۱۴

۱۷

۲۰

۲۳

۲۶

معرفی عددهای علامت دار

جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

ضرب و تقسیم عددهای صحیح

مرور فصل ۲

### فصل ۳ — جبر و معادله

۲۷

۲۸

۳۱

۳۴

۳۷

۴۰

الگوهای عددی

عبارت های جبری

مقدار عددی یک عبارت جبری

معادله

مرور فصل ۳

### فصل ۴ — هندسه و استدلال

۴۱

۴۲

۴۵

۴۸

۵۱

۵۴

روابط بین پاره خط ها

روابط بین زاویه ها

تبدیلات هندسی (انتقال، تقارن، دوران)

شکل های مساوی (هم نهشت)

مرور فصل ۴

### فصل ۵ — شمارنده ها و اعداد اول

۵۵

۵۶

۵۹

۶۲

۶۵

۶۸

عدد اول

شمارنده اول

بزرگ ترین شمارنده مشترک

کوچک ترین مضرب مشترک

مرور فصل ۵

## فصل ۶- سطح و حجم

۶۹

۷۰

۷۳

۷۶

۷۹

۸۲

حجم‌های هندسی

محاسبه حجم‌های منشوری

مساحت جانبی و کل

حجم و سطح

مرور فصل ۶

## فصل ۷- توان و جذر

۸۳

۸۴

۸۷

۹۰

۹۳

۹۶

تعریف توان

محاسبه عبارت توان‌دار

ساده کردن عبارت‌های توان‌دار

جذر و ریشه

مرور فصل ۷

## فصل ۸- بردار و مختصات

۹۷

۹۸

۱۰۱

۱۰۴

۱۰۷

۱۱۰

پاره خط جهت‌دار

بردارهای مساوی و قرینه

مختصات

بردار انتقال

مرور فصل ۸

## فصل ۹- آمار و احتمال

۱۱۱

۱۱۲

۱۱۵

۱۱۸

۱۲۱

۱۲۴

جمع‌آوری و نمایش داده‌ها

نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها

احتمال یا اندازه‌گیری شانس

احتمال و تجربه

مرور فصل ۹



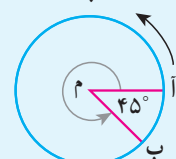
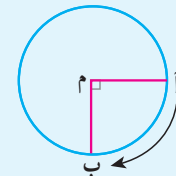
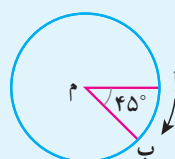
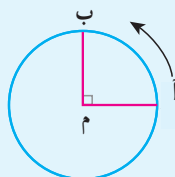
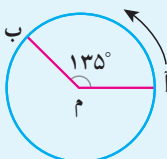
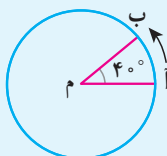
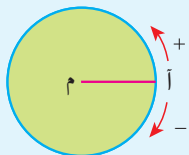
## چگونه ریاضی را یاد بگیریم؟

در دوره ابتدایی با مفاهیم حساب و هندسه آشنا شدید. در دوره اول متوسطه از دانش ریاضی خود استفاده می کنید و آن را به کار می برید تا معلومات ریاضی خود را افزایش دهید؛ اما چگونه باید ریاضیات را آموخت؟

برای یادگیری ریاضی، خودتان دست به کار شوید؛ در کلاس، نقش فعالی داشته باشید؛ فقط شنونده بودن کافی نیست. فعالیت های کتاب درسی به شما کمک می کنند تا در جریان کلاس، سهم باشید. متن فعالیت ها را با دقت بخوانید و به صورت فردی یا گروهی کارهای خواسته شده را انجام دهید. مهم ترین قسمت فعالیت ها، بخش نتیجه گیری است؛ آن قسمت ها را به صورت کامل بنویسید.

نقطه «آ» روی محیط دایره حرکت می کند. وقتی «آ» روی دایره حرکت می کند تا برای مثال به نقطه «ب» برسد، یک زاویه درست می کند. با توجه به جهت های + و - نشان داده شده، مشخص کنید هر یک از زاویه های زیر چند درجه اند؟ با یک عدد علامت دار نشان دهید.

فعالیت



کار در کلاس‌ها، هم به شما کمک می‌کند که آموخته‌های خود را به کار برید و هم این فرصت را به معلم می‌دهد تا فرایند آموزش را کامل کند و به سؤال‌های شما پاسخ دهد و اشکالات پیش‌آمده را رفع کند.

تساوی‌ها را کامل کنید.

$$+15=15$$

$$+20=$$

$$-(+10)=$$

$$-(-4)=$$

$$-(-(+7))=$$

$$-(-10)=$$

$$+(-7)=-7$$

$$+(-4)=$$

در پایان، تمرین‌ها را در منزل به‌طور کامل انجام دهید. انجام کامل تمرین به این معناست که شما این قسمت را فرا گرفته‌اید. اگر نتوانستید به سؤالی جواب دهید، مهم‌ترین کار شما جست‌وجوی راه حل از دوستان، هم‌کلاسی‌ها یا معلم است. هرگز تمرینی را بدون پاسخ کامل رها نکنید.

عددها را با هم مقایسه کنید.

$$-4 \bigcirc -8$$

$$-27 \bigcirc 1$$

$$0 \bigcirc -14$$

$$-100 \bigcirc -1$$

$$+7 \bigcirc 7$$

$$+(-8) \bigcirc -(+8)$$

برای انجام کارهای بالا، شما باید توانایی خود را در حل مسئله بالا ببرید. کسی که در حل کردن مسئله ماهر شود، می‌تواند فعالیت‌ها را به نتیجه برساند.



### چگونه مسئله را حل کنیم؟

حل کردن هر مسئله، ۴ مرحله دارد. در تمام کتاب وقتی با مسئله‌ای روبه‌رو می‌شوید، این ۴ مرحله را در ذهن خود مرور کنید تا کم‌کم در حل کردن مسئله، فکر خود را سازمان‌دهی کنید.

**مرحله اول: فهمیدن مسئله:** برای درک مسئله باید آن را خوب بخوانید و درک کنید. کارهای زیر می‌تواند به شما در درک بهتر مسئله کمک کند:

- مسئله را به زبان و کلمات خود بیان کنید.
- مسئله را خلاصه کنید.
- خواسته‌های مسئله را معلوم کنید.
- شرط‌های خاص مسئله را جدا کنید.
- داده‌ها و اطلاعات مسئله را مشخص کنید.
- مسئله را به صورت یک نمایش ساده اجرا کنید.

**مرحله دوم؛ انتخاب راهبرد مناسب:** در دوره ابتدایی با تعدادی از راهبردهای حل مسئله آشنا شدید. دانستن نام و کاربرد هر راهبرد به شما کمک می‌کند تا آن را مرور کنید و بدانید برای حل کدام مسئله، ممکن است مفید باشد.

|                        |                    |
|------------------------|--------------------|
| ● رسم شکل              | ● حدس و آزمایش     |
| ● الگوسازی             | ● زیر مسئله        |
| ● حذف حالت‌های نامطلوب | ● حل مسئله ساده‌تر |
| ● الگویابی             | ● روش‌های نمادین   |

**مرحله سوم؛ حل کردن مسئله:** با راهبردی که انتخاب کرده‌اید، مسئله را حل کنید. اگر تشخیص دادید که مسئله با آن راهبرد به نتیجه نمی‌رسد، به مرحله دوم برگردید و راهبرد خود را تغییر دهید. گاهی اوقات لازم است به مرحله اول برگردید. شاید نکته‌ای در مسئله وجود داشته باشد که شما هنوز به آن توجه نکرده باشید.

**مرحله چهارم؛ بازگشت به عقب:** حل کردن مسئله با پیدا شدن پاسخ ریاضی تمام نمی‌شود. ابتدا پاسخ ریاضی خود را در موضوع مسئله تفسیر کنید. آیا پاسخ شما همان خواسته مسئله است؟ آیا جواب شما منطقی است؟ می‌توانید مراحل و عملیات مسئله را بررسی کنید یا مسئله را با راه حل دیگری پاسخ دهید.

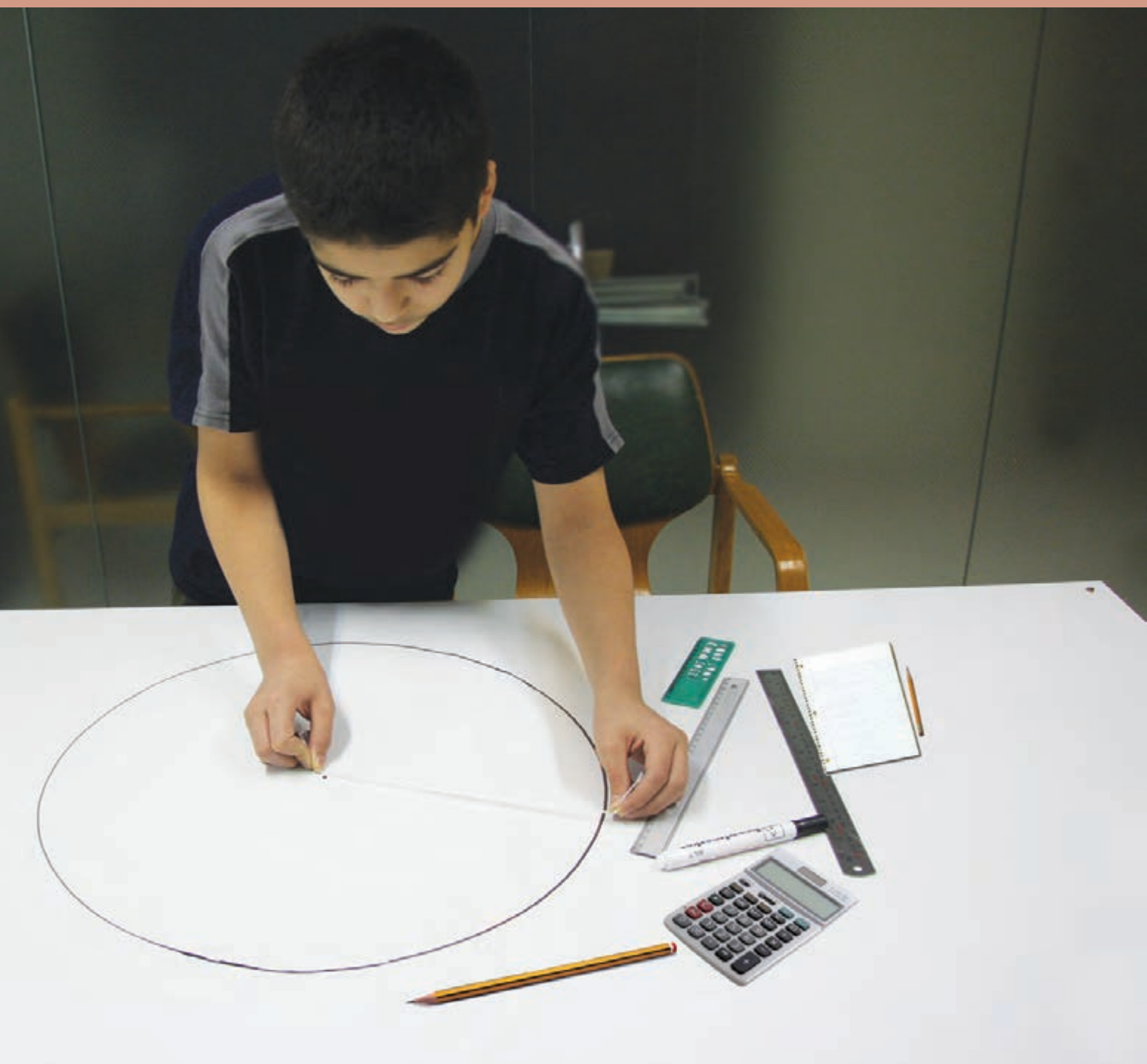




- راهبرد رسم شکل
- راهبرد الگوسازی
- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب
- راهبرد الگویابی
- راهبرد حدس و آزمایش
- راهبرد زیرمسئله
- راهبرد حل مسئله ساده‌تر
- راهبرد روش‌های نمادین

# فصل ۱

## راهبردهای حل مسئله



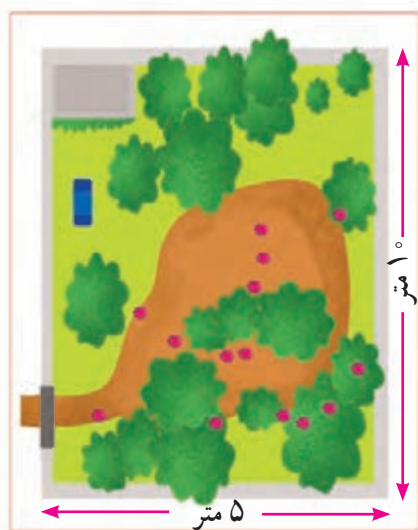
کشیدن یک شکل مناسب می تواند به حل مسئله کمک کند یا به طور کامل آن را حل کند؛ به طوری که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. گاهی ممکن است شکل را فقط تصور کنید و آن را رسم نکنید. منظور از رسم شکل، نقاشی نیست؛ بلکه می توانید برای این کار شکل های ساده بکشید.

۱- یک باغچه مستطیل شکل به طول ۱۰ و عرض ۵ متر داریم. اگر بخواهیم به فاصله یک متر از ضلع های باغچه، دور تا دور آن را نرده بکشیم، چند متر نرده لازم است؟

ابتدا یک مستطیل رسم کنید.

دور آن به فاصله یک متر از هر ضلع خط بکشید.

یک مستطیل جدید به وجود می آید. طول و عرض این مستطیل چقدر است؟



۲- تویی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می شود و پس از برخورد با زمین، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می آید. این توپ از لحظه رها شدن تا سومین مرتبه ای که به زمین می خورد، چند متر حرکت کرده است؟



۳- قورباغه ای می خواهد از یک دیوار بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می رود و هر بار ۲ متر سُر می خورد و پایین می آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می رسد؟





برای حل بعضی از مسئله‌ها باید همه حالت‌های ممکن را بنویسید. برای این که هیچ حالتی از قلم نیفتد، لازم است آنها را با نظم، الگو و ترتیبی مشخص بنویسید. الگوسازی به شما کمک می‌کند تا مطمئن شوید همه حالت‌ها را نوشته‌اید. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همه جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهبرد استفاده کنید. با توجه به نظم و ترتیبی که می‌سازید، به این راهبرد، تفکر نظام‌دار نیز می‌گویند.

۱- دو عدد طبیعی<sup>۱</sup> پیدا کنید که حاصل ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار ممکن باشد. جدول را با نظم و ترتیب کامل کنید.

| اولین عدد | دومین عدد | حاصل جمع |
|-----------|-----------|----------|
| ۱         | ۲۴        | ۲۵       |
| ۲         | ۱۲        |          |

کوچک‌ترین عدد طبیعی چیست؟

حاصل ضرب آن در چه عددی ۲۴ می‌شود؟

اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب عددها را پیدا کنید.

۲- با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟



۳- با رقم‌های ۷، ۲ و ۵ تمام عددهای سه‌رقمی ممکن را بنویسید (در عددهای شما می‌تواند رقم‌های تکراری هم باشد).

۴- تعداد زیادی سکه ۵۰ و ۱۰۰ تومانی داریم. به چند حالت می‌توان معادل ۵۰۰ تومان درست کرد؟



۱- عددهای ۱، ۲، ۳، ... را عددهای طبیعی می‌نامند.



به شرایط و اطلاعات مسئله توجه کنید و حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید؛ آن‌گاه پاسخ مسئله یا همان حالت‌های مطلوب به دست می‌آیند. برای پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به دست آورید؛ سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

- ۱- مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷۰ است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟  
ابتدا با راهبرد الگوسازی، همه حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی برابر ۷۰ می‌شود، بنویسید.  
به این جدول چه ستونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب، حذف شود و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

| نفر سوم | نفر دوم | نفر اول |
|---------|---------|---------|
|         |         |         |

- ۲- دوست شما یک عدد حسابی<sup>۱</sup> کوچک‌تر از ۱۰۰ را در نظر گرفته است. شما باید با طرح چند سؤال، عدد مورد نظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما «بله» و «خیر» بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟  
در واقع از ۰ تا ۹۹، ۱۰۰ عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است و باقی عددها نامطلوبند. با این توضیح کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟
- آیا عدد مورد نظر شما ۲۷ است؟
  - آیا عدد مورد نظر شما زوج است؟
  - آیا عدد مورد نظر شما یک رقمی است؟
  - آیا عدد مورد نظر شما از ۵۰ بزرگ‌تر است؟
- با توجه به پاسخ‌هایی که به سؤال‌های بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه با نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آن، به عدد مورد نظر رسید.

۱- عددهای ۰، ۱، ۲، ۳، ... را عددهای حسابی می‌نامند.

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی یا هندسی روبه‌رو می‌شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود بین دنباله‌های عددی یا هندسی کمک می‌کند تا بتوانید خواسته مسئله را به دست آورید. این راهبرد در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها یا عددها، الگو و رابطه خاصی وجود داشته باشد.

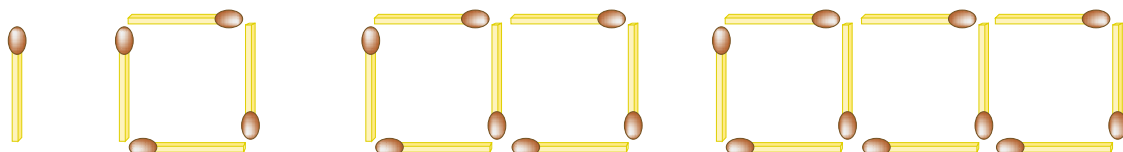
۱- سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطه بین عددها را توضیح دهید.

\_\_\_\_\_ عددها سه تا سه تا اضافه می‌شوند. \_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_ و ۱۳ و ۱۰ و ۷ و ۴ و ۱

\_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_ و ۱۶ و ۹ و ۴ و ۱

\_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_ و ۸ و ۱۶ و ۳۲ و ۶۴

۲- شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟ چرا؟



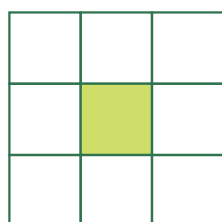
شکل (۱)

شکل (۲)

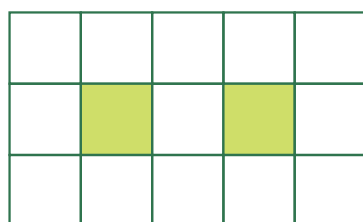
شکل (۳)

شکل (۴)

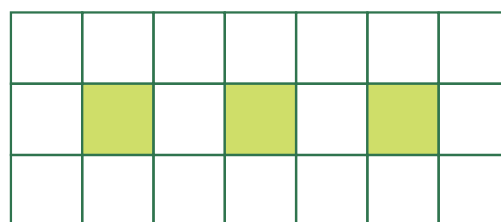
۳- اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شماره ۶، رنگی خواهد بود؟



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)



ممکن است یک مسئله، راه حل مستقیمی نداشته باشد یا راه رسیدن به جواب آن طولانی و دشوار باشد. شما می‌توانید با یک روش منطقی و منظم، پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید؛ سپس با توجه به شرایط گفته‌شده در مسئله، حدس خود را بررسی کنید و با توجه به نتیجه به دست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم‌کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

۱- ۲۰ دستگاه دوچرخه و سه‌چرخه در یک پارکینگ (توقفگاه)<sup>۱</sup> وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آنها ۴۵ عدد باشد، چند دوچرخه و چند سه‌چرخه در توقفگاه وجود دارد؟

| تعداد دوچرخه | تعداد سه‌چرخه | بررسی و آزمایش |
|--------------|---------------|----------------|
| ۱۰           | ۱۰            |                |



در حدس اول تعداد دوچرخه‌ها را ۱۰ و تعداد سه‌چرخه‌ها را هم ۱۰ عدد در نظر بگیرید. با کامل کردن ردیف اول جدول، حدس خود را بررسی و آزمایش کنید. با توجه به نتیجه بررسی، باید تعداد سه‌چرخه‌ها را بیشتر کرد یا دوچرخه‌ها را؟ چرا؟

۲- دو زاویه، متمم‌اند. یکی از این زاویه‌ها ۳ برابر زاویه دیگر است. اندازه هر زاویه را پیدا کنید.

$$3 \times \blacksquare + 10 = 31$$

$$3 \times 10 + 10 = 40$$

۳- به جای  $\blacksquare$  چه عددی می‌توان قرار داد؟

به جای  $\blacksquare$  عددهای مختلفی را حدس بزنید. از عدد ۱۰ شروع کنید.

حدس بعدی شما بیشتر از ۱۰ است یا کمتر از آن؟



مسئله پیچیده و چند مرحله‌ای را به چند مسئله ساده تبدیل کنید. از این زیرمسئله‌ها فهرستی درست کنید؛ سپس به ترتیب به آنها پاسخ دهید. اگر ترتیب زیرمسئله‌ها را درست تشخیص داده باشید، حل هر زیرمسئله به حل مسئله بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به خواسته اصلی مسئله برسید.

۱- پس‌انداز هفتگی محمد، ۳۰۰۰۰۰ تومان است. او حساب کرده ۵ هفته پس‌انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

(الف) پس‌انداز ۵ هفته چقدر می‌شود؟

(ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟

۲- در یک مجتمع مسکونی استخری به طول، عرض و عمق به ترتیب ۱۲، ۶ و ۱/۵ متر وجود دارد. مدیر ساختمان پیشنهاد کرده است که دیوارها و کف استخر رنگ شود. او از یک نقاش خواست تا برآورد کند که انجام این کار چقدر هزینه دارد و به مدیر ساختمان اعلام کند. نقاش‌ها به‌طور معمول براساس هر مترمربع برای خودشان دستمزد در نظر می‌گیرند و قیمت رنگ را هم جداگانه حساب می‌کنند.

اگر قیمت هر کیلوگرم رنگ ۳۰۰۰۰۰ تومان و دستمزد رنگ کردن هر مترمربع ۲۰۰۰۰ تومان باشد و برای رنگ کردن هر مترمربع استخر ۳/۰ کیلوگرم رنگ مصرف شود، هزینه این کار را حساب کنید.

۳- میوه فروشی، پرتقال‌ها را کیلویی ۱۷۵۰۰ تومان می‌فروخت. از او سؤال کردم چگونه قیمت این پرتقال‌ها را تعیین کرده است؟

او پاسخ داد: من از میدان میوه و تره‌بار ۸۰ کیلوگرم پرتقال خریدم کیلویی ۱۲۰۰۰ تومان. حدود ۱۰٪ پرتقال‌ها در حمل و نقل و پس از چند روز ماندن در مغازه خراب می‌شود و از بین می‌رود. حدود ۱۰۰۰۰۰ تومان کرایه حمل و نقل از میدان تا مغازه را داده‌ام.

همچنین تجربه نشان می‌دهد که حدود ۴۰۰۰۰ تومان از این معامله را باید بابت هزینه‌های جانبی مثل کرایه مغازه، آب، برق و... کنار بگذارم. در این صورت میزان سود این میوه‌فروش از این معامله را حساب کنید.





برای حل بعضی از مسئله‌ها، ابتدا مسئله‌ای ساده‌تر را که با مسئله اصلی در ارتباط است، حل می‌کنیم. سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئله ساده شده، جواب مسئله اصلی را به دست می‌آوریم. برای ساده کردن مسئله می‌توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک‌تر استفاده کرد. برای نتیجه‌گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی، از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم و الگوی کشف شده در مسئله ساده را به مسئله اصلی مرتبط می‌کنیم.

۱- قطر خورشید  $139253^{\circ}$  کیلومتر و قطر کره زمین  $12756/6$  کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین

است؟

برای ساده شدن مسئله بهتر است از عددهای ساده‌تر (برای مثال تقریبی از عدد) استفاده کنید.  $139253^{\circ} \approx 1000,000$   
 خلاصه مسئله ساده شده را بنویسید و پاسخ دهید.  $12756/6 \approx$



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$$

۲- حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

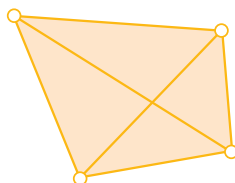
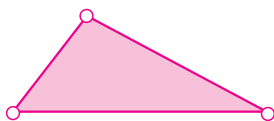
به جای حل کردن عبارت بالا، ابتدا ساده شده این مسئله را حل کنید.

در پاسخ‌ها چه الگو و رابطه‌ای تشخیص می‌دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئله اصلی را بدون محاسبه بنویسید؟

۳- اگر  $10^{\circ}$  نقطه را که هیچ سه‌تای آنها روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم، چند پاره خط به وجود می‌آید؟

تعداد پاره خط‌ها در واقع مجموع تعداد ضلع‌ها و تعداد قطر‌هاست.

یک الگو بیابید و برای  $10^{\circ}$  نقطه نتیجه‌گیری کنید.





بسیاری از مسئله‌ها را می‌توانیم به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کنیم. از فصل سوم به بعد می‌توانید از این راهبرد نیز برای حل مسئله استفاده کنید. در بعضی از مسئله‌ها هم می‌توانیم از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به‌شمار می‌رود.

۱- احمد ۲۰۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰۰ تومان برایش باقی‌ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

متن این سؤال را می‌توانید با تساوی مقابل نشان دهید.

$$4 \times \square + 20000 = 20000$$

مربع، نشان دهنده چه چیزی است؟

اکنون می‌توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد، حدس بزنید و آزمایش کنید.

(در فصل سوم، این مسئله را به روش دیگری حل خواهید کرد.)

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی‌ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه

به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳- یک سالن مستطیل‌شکل داریم. می‌خواهیم در مکانی از سقف این سالن، یک دریچه خنک‌کن (مصوب فرهنگستان

به‌عنوان معادل Cooler) قرار دهیم؛ به‌طوری‌که از ۴ گوشه آن به یک اندازه فاصله داشته باشد. محل دریچه را تعیین کنید.





در حل این مسئله‌ها از راهبردهایی که آموخته‌اید، استفاده کنید. ممکن است در حل مسئله‌ای راه جدیدی به ذهن شما برسد که با راهبردهای آموزش داده شده متفاوت باشد. برای حل مسئله‌ها می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید. درباره راهبردهای مختلف با هم کلاسی‌های خود گفت‌وگو کنید. ممکن است یک مسئله با چند راهبرد حل شود یا چند نفر از یک راهبرد استفاده کنند؛ ولی شیوه به کار بردن آنها متفاوت باشد. برای مثال چند نفر یک مسئله را با راهبرد رسم شکل حل می‌کنند؛ اما ممکن است نحوه شکل کشیدن آنها متفاوت باشد. در یک کلاس ریاضی خوب و فعال، تنوع راهبرد و راه حل وجود دارد.

۱-  $\frac{1}{3}$  دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال و  $\frac{1}{5}$  دانش‌آموزان آن کلاس، فوتبال بازی می‌کنند. سایر دانش‌آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۲- مساحت مربعی به ضلع  $100$  سانتی‌متر،  $1$  متر مربع است. اگر از ضلع مربع  $10^\circ$  درصد کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می‌شود؟



۳- کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر بذری کرده است:  
گندم:  $45\%$       جو:  $37/5\%$       ذرت:  $17/5\%$   
اگر مساحت زمین او  $15$  هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذری را حساب کنید.

$$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \dots \times 1\frac{1}{100} =$$

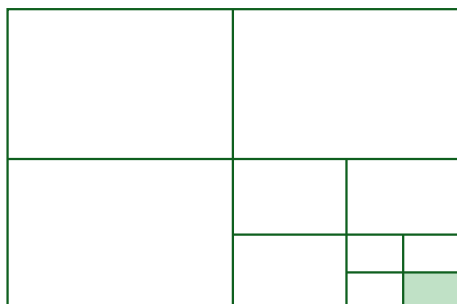
۴- حاصل عبارت روبه‌رو را پیدا کنید.



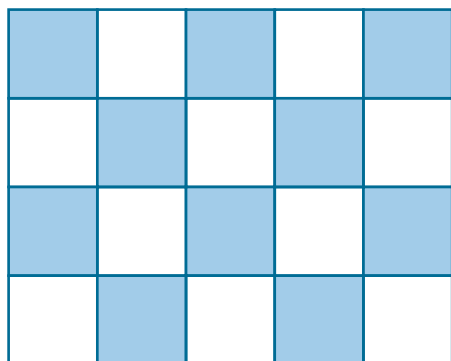
۵- در یک کارگاه تولیدی، ۴۹۶۰ جفت کفش تولید شده که  $\frac{3}{8}$  آنها پسرانه و بقیه دخترانه است. اگر قیمت هر جفت کفش پسرانه ۳۵۰۰۰۰ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۴۲۰۰۰۰ تومان باشد، درآمد این کارگاه چقدر است؟

۶- سارا یک بازی روی صفحه شطرنجی انجام می دهد. مهره او روی خانه  $\left[ \begin{smallmatrix} 2 \\ 3 \end{smallmatrix} \right]$  است. او ابتدا مهره اش را ۳ خانه به سمت راست، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتها ۲ خانه به سمت چپ می برد. در حال حاضر مهره سارا روی کدام خانه قرار دارد؟

۷- چه کسری از شکل زیر رنگی است؟ توضیح دهید.



۸- اگر دیوارهای یک استخر با طرح زیر، کاشی کاری شده باشد، چه کسری از دیوار، کاشی آبی دارد؟



۹- در چند حالت، حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی، ۳۶ می‌شود؟ در کدام حالت، حاصل جمع، کمترین مقدار است؟

۱۰- عددی را ۵ برابر و ۳ واحد از آن کم کردیم؛ حاصل، ۳۲ شد. عدد موردنظر چند است؟

در این قسمت برای خود فهرستی از راهبردهای حل مسئله تهیه کنید تا در هنگام حل فعالیت‌ها و مسئله‌های کتاب از آن بهره ببرید. هنگام حل مسئله می‌توانید از ماشین حساب نیز استفاده کنید.



## فصل ۲

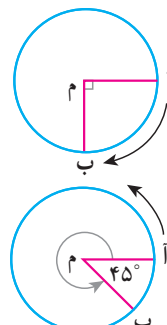
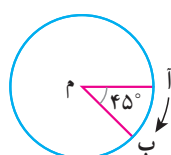
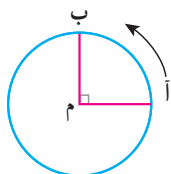
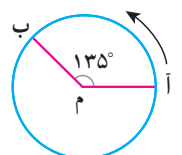
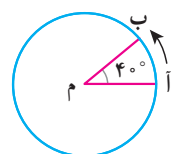
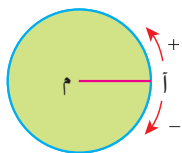
### عددهای صحیح



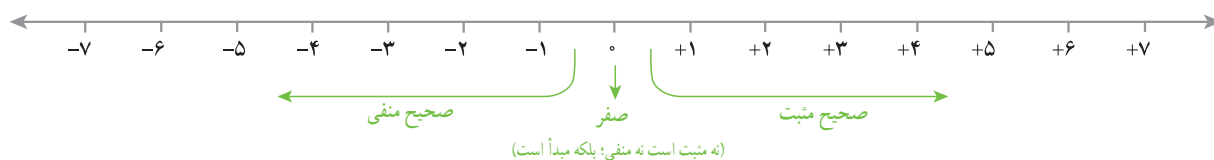
از عددهای صحیح (علامت‌دار) می‌توان برای بیان وضعیت سرما و گرمای هوا، همچنین عمق و ارتفاع نسبت به سطح زمین یا سطح دریا استفاده کرد.

- معرفی عددهای علامت‌دار
- جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)
- جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)
- ضرب و تقسیم عددهای صحیح

۱- متحرکی از نقطه «آ» روی محیط دایره حرکت می‌کند تا به نقطه «ب» برسد و زاویه «آ م ب» را بسازد. وقتی متحرک روی نقطه «آ» است اندازه زاویه صفر است. اندازه هر یک از زاویه‌های زیر را با توجه به جهت‌های مثبت و منفی مشخص‌شده، با یک عدد علامت‌دار نشان دهید.



۲- در سال گذشته با نمایش عددهای صحیح روی محور آشنا شدید و آموختید که قرینه هر عدد منفی عددی مثبت و قرینه هر عدد مثبت عددی منفی است. قرینه صفر هم خود صفر است. برای نمایش قرینه هر عدد از نماد «-» در سمت چپ آن عدد استفاده می‌کنیم. با کمک محور، مانند نمونه، تساوی‌ها را کامل کنید.



$$(+3) \text{ قرینه } = -(+3) = -3$$

$$(+5) \text{ قرینه } =$$

$$(+7) \text{ قرینه } =$$

$$(-4) \text{ قرینه } =$$

$$(-5) \text{ قرینه } =$$

$$(-8) \text{ قرینه } =$$

۳- مانند نمونه و به کمک محور بالا تساوی‌ها را کامل کنید.

$$(+5) \text{ قرینه قرینه } = -(-(+5)) = +5$$

$$(+7) \text{ قرینه قرینه } =$$

$$(-6) \text{ قرینه قرینه } =$$

$$(-7) \text{ قرینه قرینه } =$$

از تساوی‌های بالا چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

عددهای صحیح مثبت همان عددهای طبیعی‌اند. برای مثال می‌توان نوشت:

$$+7 = 7 \text{ و } +3 = 3$$

عددهای صحیح، شامل عددهای صحیح مثبت، صفر و عددهای صحیح منفی می‌شوند.

تساوی‌ها را کامل کنید.

$+15 = 15$

$+20 =$

$-(+10) =$

$-(-4) =$

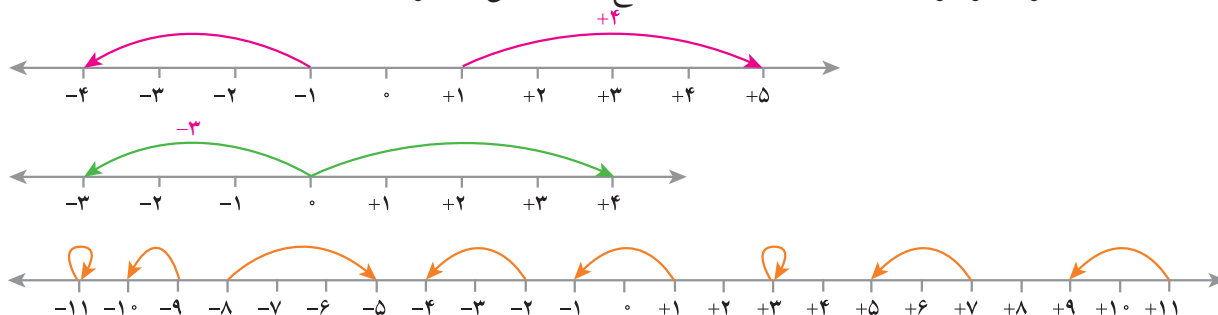
$-(-(+7)) =$

$-(-10) =$

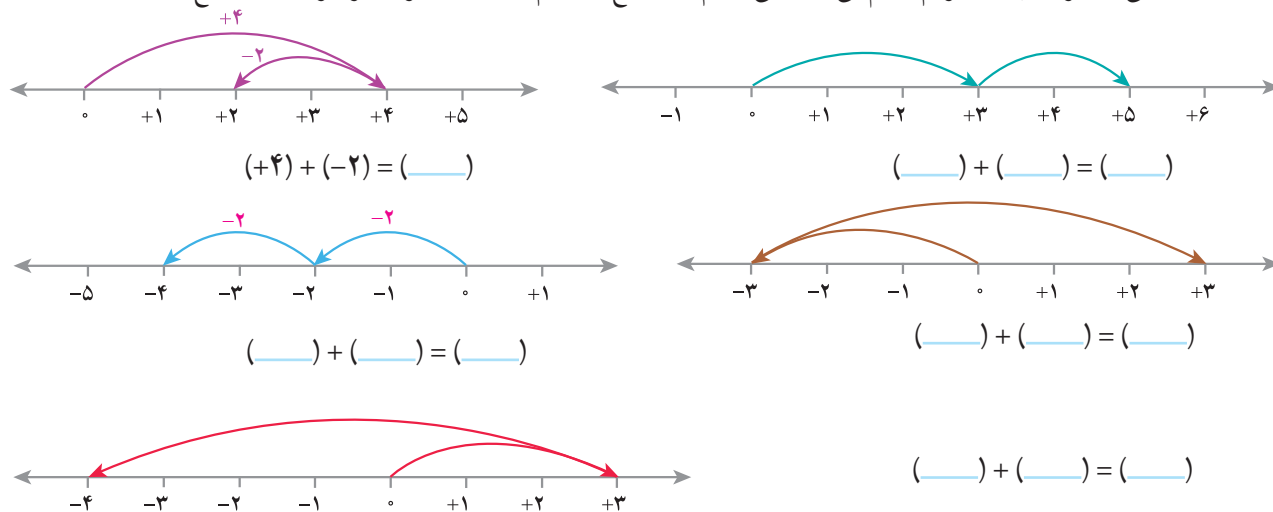
$+(-7) = -7$

$+(-4) =$

۱- مانند نمونه‌ها برای هر حرکت روی محور، یک عدد صحیح (مثبت، منفی یا صفر) بنویسید.



۲- وقتی دو حرکت پشت سرهم انجام می‌شود، می‌توانیم یک جمع بنویسیم. مانند نمونه برای هر حرکت یک جمع بنویسید.

۳- عبارت  $(+4) - (+2) = 4 - 2$  را می‌توانید به صورت تفریقی که در دوره ابتدایی می‌نوشتید، تبدیل کنید؛ یعنی:  $(+4) - (+2) = 4 - 2$ 

$4 - 2 = 4 + (-2)$

تفریق را هم می‌توانیم به صورت جمع عددهای صحیح بنویسیم؛ مانند:

مانند نمونه‌ها تساوی‌ها را کامل کنید.

$-7 - 4 = -7 + (-4)$

$8 - 5 =$

$-5 - (-3) = -5 + (-(-3)) =$

$7 - 11 =$

$-4 - (-5) =$

$-5 - 6 =$

ابتدا تفریق‌ها را به جمع تبدیل کنید، سپس در دفتر خود برای هر جمع، یک محور رسم کنید و به کمک آن حاصل را به دست

آورید.

$8 + (-5) =$

$-4 + (+7) =$

$-8 - (+5) =$

$-3 - 1 =$

۱- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق‌ها را به صورت جمع بنویسید.

$$(+2) + 0 =$$



$$0 + (-4) =$$



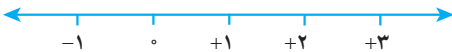
$$-3 - 0 =$$



$$2 - 0 =$$



$$0 - (-3) =$$



$$0 + (-2) =$$



از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- جمع و تفریق‌ها را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید. ابتدا تفریق را به صورت جمع بنویسید.

$$(+5) + (-5) =$$



$$4 - 4 =$$



$$-3 + 3 =$$

از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱- عددها را با هم مقایسه کنید.

$$-4 \bigcirc -8$$

$$-27 \bigcirc 1$$

$$0 \bigcirc -14$$

$$-100 \bigcirc -1$$

$$+7 \bigcirc 7$$

$$+(-8) \bigcirc -(+8)$$

۲- مانند نمونه، گسترده عددها را بنویسید و به جمع تبدیل کنید.

$$-237 = -200 - 30 - 7 = -200 + (-30) + (-7)$$

$$-1081 =$$

$$-2040 =$$

$$435 =$$

۳- عدد قبل و بعد هر یک از عددها را بنویسید.

\_\_\_\_\_ و ۴۳۱ و \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ و -۵ و \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ و -۱۷۱ و \_\_\_\_\_

۴- عددها را به طور تقریبی روی محور نشان دهید.

۵ و -۱۵ و -۲۷ و -۳۱ و ۲۲

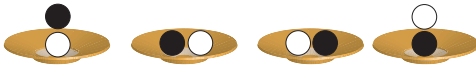


۲۵ و -۸۰ و -۱۵۰ و ۲۷۵ و -۲۲

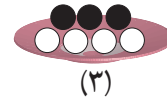
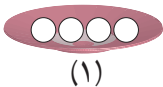


## جمع و تفریق عددهای صحیح (۱)

۱- اگر هر دایره سفید (○) نشان دهنده ۱+ و هر دایره سیاه (●) نشان دهنده ۱- باشد، وقتی مانند شکل زیر آنها را روی هم و داخل یک ظرف می ریزیم (به عبارت دیگر باهم جمع می کنیم)، حاصل آن چقدر می شود؟ چرا؟



۲- با توجه به تعریف دایره های سیاه و سفید مشخص کنید هر شکل چه عددی را نشان می دهد؟

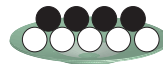


$$\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

برای شکل سوم یک عبارت جمع بنویسید.

۳- مانند نمونه، حاصل جمع و تفریق ها را با این روش پیدا کنید. فراموش نکنید که ابتدا باید تفریق را به جمع تبدیل کنید.

$$-4 - (-5) = -4 + \overbrace{(-(-5))}^{+5} = -4 + 5 = +1$$



$$-6 + 5 =$$

$$5 + (-6) =$$

$$-8 - 2 =$$

$$-4 - (+3) =$$

۴- علاوه بر این روش، پیدا کردن حاصل جمع و تفریق با محور را نیز آموخته اید.

اکنون با یکی از این دو روش، حاصل را به دست آورید. مانند نمونه برای هر کدام نتیجه را بنویسید.

$$(+2) + 4 =$$

$$5 + 1 =$$

$$(+3) + (+2) =$$

**نتیجه:** اگر هر دو عدد مثبت باشند، حاصل جمع آنها مثل جمع دو عدد طبیعی است.

$$-3 - 4 = -3 + (-4)$$

$$-4 - (+1) =$$

$$(-4) + (-2) =$$

**نتیجه:** اگر هر دو عدد منفی باشند،

حاصل جمع و تفریق ها را به دست آورید.

$$(+4) + (+6) =$$

$$(+10) + (+20) =$$

$$(+100) + 200 =$$

$$-6 + (-7) =$$

$$(-4) - (+6) =$$

$$-8 - 3 =$$

$$(-40) + (-8) =$$

$$-200 + (-400) =$$

$$(-40) - (+30) =$$

$$-80 - 5 =$$

$$-70 - 10 =$$

$$-9 - 10 =$$

در هر قسمت حاصل جمع و تفریق‌ها را به هر روشی که می‌شناسید، به دست آورید و نتیجه را بنویسید.

$$(+5) + (-3) =$$

$$4 + (-2) =$$

$$-4 + (+5) =$$

$$6 - 3 =$$

$$-3 + 7 =$$

**نتیجه:** اگر در جمع دو عدد صحیح، یکی از دو عدد، مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها مقدار مثبت بیشتر باشد،

$$(+5) + (-8) =$$

$$4 + (-6) =$$

$$5 - (+7) =$$

$$7 - 9 =$$

**نتیجه:** اگر در جمع دو عدد، یکی از دو عدد، مثبت و دیگری منفی باشد و بدون در نظر گرفتن علامت‌ها مقدار عدد منفی بیشتر باشد

با توجه به نتایج بالا حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$(+5) + (-2) =$$

$$(+9) - (+7) =$$

$$-10 - (-20) =$$

$$-3 + 9 =$$

$$80 - 30 =$$

$$-18 + 10 =$$

$$(+5) + (-7) =$$

$$(+10) - (-20) =$$

$$(-8) - (-4) =$$

$$-200 + 100 =$$

$$-20 + 10 =$$

$$-40 + (+10) =$$

۱- عددها را از کوچک‌تر به بزرگ‌تر و از چپ به راست مرتب کنید.

$$23 - 12 \text{ و } 34 - 5 \text{ و } 45 \text{ و } 15 - 5 \text{ و } 1 - 2$$

پاسخ مسئله‌های زیر را در دفترتان بنویسید.

۲- طبقه همکف یک ساختمان را با صفر و طبقه‌های بالای همکف را با عددهای مثبت و طبقه‌های زیر همکف را با عددهای منفی

نشان می‌دهیم. حال مسئله زیر را حل کنید.

شخصی در طبقه ۵+ سوار آسانسور (آسان‌بر) شد. او ابتدا ۳ طبقه بالا رفت و پس از انجام کاری ۶ طبقه به پایین آمد و دوباره برای خرید جای ۲ طبقه پایین رفت و در همان طبقه هزینه‌های خرید خود را حساب کرد. سپس دوباره ۲ طبقه پایین رفت و در توقفگاه، سوار ماشین خود شد. ماشین این شخص در کدام طبقه بوده است؟

۳- هواشناسی و پیش‌بینی وضعیت هوا یکی از مشاغلی است که علاوه بر دانش جغرافی به ریاضیات و به‌خصوص درس آمار و احتمال احتیاج دارد. کارشناس هواشناسی در اخبار ساعت ۹ شب اعلام کرد با ورود سامانه پرفشار، دمای هوا در شهر اردبیل در



حدود ۱۰ درجه سردتر می‌شود. در انتهای خبر، دمای هوای شهرهای مختلف توسط زیرنویس اعلام شد. دمای هوای اردبیل در حال حاضر ۳ درجه بالای صفر است. پس از ورود این سامانه دمای هوای اردبیل چند درجه خواهد شد؟

۴- دمای شهرهای کرمان، سنندج و یاسوج به ترتیب ۱۱ درجه بالای صفر، ۶ درجه زیر صفر و ۱۰ درجه زیر صفر است. سنندج چند درجه از کرمان سردتر است؟ یاسوج چند درجه از سنندج سردتر است؟

۵- در جای خالی، عدد مناسب بنویسید.

$$-8 + \square = -10$$

$$-10 + \square = 15$$

$$-4 + \square = -8$$

$$10 + \square = -20$$

$$10 + \square = 15$$

$$10 + \square = -5$$

$$-4 - \square = -8$$

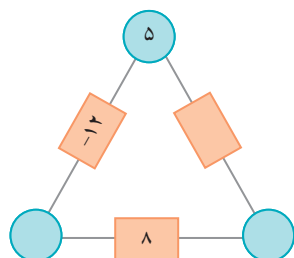
$$-3 - \square = +5$$

$$2 - \square = -8$$

$$4 - \square = 10$$

$$4 - \square = -8$$

$$-6 + \square = 15$$



۶- در مثلث مقابل، عدد روی هر ضلع، از مجموع عددهای دو رأس به دست می‌آید. جاهای خالی را کامل کنید.

۷- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$10 - (-4) =$$

$$-8 - 4 =$$

$$-16 + 15 =$$

$$-14 + 20 =$$

$$-10 - (-5) =$$

$$-10 - (+5) =$$

$$10 - 6 =$$

$$10 - 20 =$$

$$-10 - (+20) =$$

$$10 - (+5) =$$

$$10 - (-5) =$$

$$-10 - (-20) =$$

## جمع و تفریق عددهای صحیح (۲)

۱- مانند نمونه، جمع و تفریق دو عدد دورقمی را به جمع و تفریق عددهای یک رقمی تبدیل کنید.

سپس با توجه به جدول، حاصل را به یک جمع تبدیل کنید.

$$\begin{array}{r} 30 + 4 \\ -20 + (-7) \\ \hline 10 + (-3) = 10 - 3 = 7 \end{array}$$

| دهگان | یکان |
|-------|------|
| ۳     | ۴    |
| ۲     | ۷    |

-

| د | ی |
|---|---|
| ۲ | ۷ |
| ۳ | ۹ |

-

| د | ی |
|---|---|
| ۱ | ۷ |
| ۲ | ۴ |

-

-

| د | ی |
|---|---|
| ۴ | ۲ |
| ۵ | ۱ |

-

+

به همین ترتیب می توانید جمع و تفریق چند عدد دورقمی را انجام دهید.

| د | ی |
|---|---|
| ۶ | ۷ |
| ۲ | ۳ |
| ۳ | ۱ |

-

-

| د | ی |
|---|---|
| ۴ | ۳ |
| ۵ | ۱ |
| ۳ | ۴ |

-

+

-

$$-40 + (-3)$$

$$+50 + 1$$

$$-30 + (-4)$$

۲- حاصل عبارت های ردیف اول سؤال ۱ را به کمک ۴ قانونی که در درس قبل نتیجه گرفتید نیز پیدا کنید. روش کار را توضیح

دهید.

$$27 - 39 =$$

$$-17 - 24 =$$

$$-42 + 51 =$$

حاصل عبارت ها را مانند نمونه بالا انجام دهید.

| د | ی |
|---|---|
| ۲ | ۴ |
| ۴ | ۹ |

-

-

| د | ی |
|---|---|
| ۸ | ۱ |
| ۳ | ۵ |

-

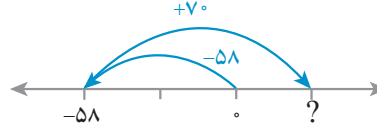
+

| د | ی |
|---|---|
| ۴ | ۳ |
| ۷ | ۵ |

-

۱- در این نمونه به کمک محور و به صورت تقریبی محل جواب و علامت آن تعیین می‌شود و از روی حرکت پیکان (پیکانه) می‌توان روش محاسبه را حدس زد. با توجه به شکل، حاصل، مثبت و جواب  $۷۰ - ۵۸ = ۱۲$  است.

$$-۵۸ + ۷۰ =$$



اکنون حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. برای هر کدام یک محور و حرکت تقریبی رسم کنید.

$$-۴۳ - ۴۵ =$$



$$-۸۱ + (-۵۷) =$$



$$۶۵ - ۷۳ =$$



۲- حاصل هر عبارت را به کمک ماشین حساب به دست آورید و درستی پاسخ‌های خود را بررسی کنید.

برای منفی کردن عددها از کلید  استفاده کنید. این کلید عدد روی صفحه را قرینه می‌کند. برای وارد کردن عدد  $-۴۳$  دکمه‌ها را به ترتیب از چپ به راست وارد کنید.

برای رسیدن به  $-۴۳$  چه راه حل دیگری دارید؟



۱- بدون محاسبه کردن فقط تعیین کنید که حاصل عبارت، مثبت است یا منفی.

$$-۸۰ + ۱۳۰ =$$

$$-۴۰ - ۹۰ =$$

$$۱۰۰ - ۲۰۰ =$$

$$۱۰۰ + (-۵۰) =$$

۲- حاصل عبارت‌ها را مانند نمونه به صورت تقریبی به دست آورید.

$$-۱۳۷ + ۲۷۱ \approx -۱۰۰ + ۳۰۰ = ۲۰۰$$

$$-۴۷۱ + ۱۸۲ \approx$$

$$۵۰۲ - ۷۹۴ \approx$$

$$-۴۷۱ - ۲۱۱ \approx$$

۳- حاصل دقیق عبارت‌های بالا را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

| ص | د | ی |
|---|---|---|
| ۱ | ۲ | ۴ |
| ۲ | ۳ | ۷ |

| ص | د | ی |
|---|---|---|
| ۱ | ۲ | ۵ |
| ۲ | ۳ | ۱ |

| ص | د | ی |
|---|---|---|
| ۳ | ۳ | ۱ |
| ۲ | ۵ | ۷ |



۲- یک زیردریایی ۴۵ متر پایین‌تر از سطح دریا قرار دارد. زیردریایی دیگری ۱۵ متر بالاتر از آن است. موقعیت زیردریایی دوم نسبت به سطح دریا را با یک عدد علامت‌دار نشان دهید.

۳- از هر روشی که می‌خواهید حاصل را به دست آورید.

$$(-7) + ((-4) + (-5)) =$$

$$(-13) + ((-9) + 17) =$$

$$136 - 260 =$$

$$(-36) + (-17) =$$

$$(-37) - (-8) =$$

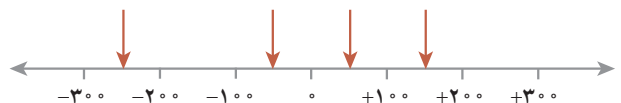
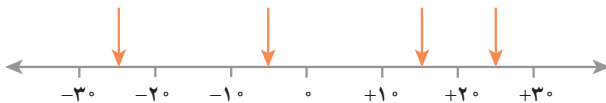
$$12 + 15 - 7 =$$

$$15 - 9 - 8 =$$

$$17 - 25 - 12 =$$

۴- ساختمانی از ۷ طبقه روی همکف و ۳ طبقه زیر همکف تشکیل شده است. احمد در طبقه ۲- است. او ابتدا ۳ طبقه بالا رفت؛ بعد ۲ طبقه پایین آمد و از آنجا ۵ طبقه بالا رفت. احمد هم‌اکنون در کدام طبقه است؟

۵- نقاط مشخص شده به‌طور تقریبی چه عددی را نشان می‌دهند؟



۶- حاصل عبارت‌های زیر را به‌صورت تقریبی به دست آورید.

$$-71 + 59 \approx$$

$$-83 - 48 \approx$$

$$-41 + 37 - 82 \approx$$

$$37 - 71 \approx$$

حاصل هر عبارت بالا را با ماشین حساب به دست آورید و با پاسخ خود مقایسه کنید.

۷- جاهای خالی را کامل کنید.

|    |   |   |
|----|---|---|
| -۸ |   | ۴ |
|    | ۰ |   |
| -۲ |   | ۵ |



|   |   |    |
|---|---|----|
|   | ۳ |    |
| ۶ |   | -۷ |
|   | ۴ |    |

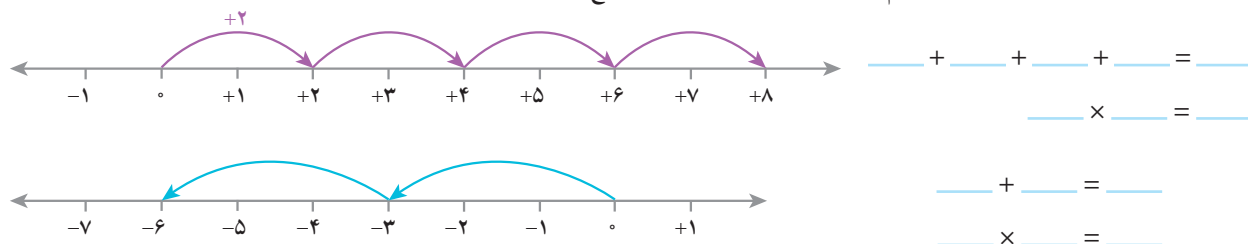
|     |
|-----|
| -۱۰ |
|     |
|     |



|    |
|----|
|    |
| ۵  |
| -۸ |

# ضرب و تقسیم عددهای صحیح

۱- به کمک محور و حرکت انجام شده روی آن، یک عبارت جمع و یک عبارت ضرب بنویسید و حاصل را به دست آورید.



۲- به الگوهای عددی زیر توجه کنید. پس از این که رابطه بین عددها را پیدا کردید، جملات زیر هر کدام را کامل کنید؛ سپس بقیه هر الگو را بنویسید.

|                       |                                                                                   |
|-----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| $4 \times (-3) = -12$ |  |
| $3 \times (-3) = -9$  |                                                                                   |
| $2 \times (-3) = -6$  |                                                                                   |
| $1 \times (-3) = -3$  |                                                                                   |
| $0 \times (-3) = 0$   |                                                                                   |
| $-1 \times (-3) = 3$  |  |
| $-2 \times (-3) = 6$  |                                                                                   |
| $-3 \times (-3) = 9$  |                                                                                   |
| $-4 \times (-3) = 12$ |                                                                                   |

حاصل ضربها \_\_\_\_\_ اضافه می شوند.

|                     |                                                                                      |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| $۴ \times ۴ = ۱۶$   |  |
| $۳ \times ۴ = ۱۲$   |                                                                                      |
| $۲ \times ۴ = ۸$    |                                                                                      |
| $۱ \times ۴ = ۴$    |                                                                                      |
| $۰ \times ۴ = ۰$    |                                                                                      |
| $-۱ \times ۴ = -۴$  |  |
| $-۲ \times ۴ = -۸$  |                                                                                      |
| $-۳ \times ۴ = -۱۲$ |                                                                                      |
| $-۴ \times ۴ = -۱۶$ |                                                                                      |

حاصل ضربها \_\_\_\_\_ کم می شوند.

|    |    |    |    |    |   |   |   |    |    |
|----|----|----|----|----|---|---|---|----|----|
| ۴  |    |    |    |    | ۰ | ۴ | ۸ | ۱۲ | ۱۶ |
| ۳  |    |    |    |    | ۰ | ۳ | ۶ | ۹  | ۱۲ |
| ۲  |    |    |    |    | ۰ | ۲ | ۴ | ۶  | ۸  |
| ۱  |    |    |    |    | ۰ | ۱ | ۲ | ۳  | ۴  |
| ۰  |    |    |    |    | ۰ | ۰ | ۰ | ۰  | ۰  |
| -۱ |    |    |    |    |   |   |   |    |    |
| -۲ |    |    |    |    |   |   |   |    |    |
| -۳ |    |    |    |    |   |   |   |    |    |
| -۴ |    |    |    |    |   |   |   |    |    |
| x  | -۴ | -۳ | -۲ | -۱ | ۰ | ۱ | ۲ | ۳  | ۴  |

با توجه به الگویی که کشف کرده اید، جدول ضرب مقابل را کامل کنید.

|   |   |   |
|---|---|---|
| x | + | - |
| + |   |   |
| - |   |   |

با توجه به فعالیت بالا جدول مقابل را کامل کنید.

$$-4 \times (-8) =$$

$$(+5) \times (-3) =$$

$$(-6) \times (-7) =$$

$$-7 \times 5 =$$

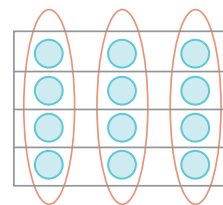
۱- در دوره دبستان برای نشان دادن ضرب و تقسیم عددها، از شکلی مانند نمونه زیر استفاده می کردید.

$$3 \times 4 = 12$$

$$12 \div 4 = 3$$

$$4 \times 3 = 12$$

$$12 \div 3 = 4$$



ضرب های زیر را ابتدا با محور نشان دهید؛ سپس تقسیم های متناظرشان را بنویسید.

$$(+4) \times (-3) = (-12)$$

$$(+6) \times (-2) = (-12)$$

$$(+3) \times (-5) = (-15)$$

$$(+2) \times (-4) = (-8)$$

بدون استفاده از محور برای هر یک از ضرب های فوق تقسیم دیگری بنویسید.

۲- با توجه به تقسیم های بالا جدول زیر را برای تقسیم دو عدد، کامل کنید و حاصل تقسیم ها را به دست آورید.

| ÷ | + | - |
|---|---|---|
| + |   |   |
| - |   |   |

$$(-12) \div (+2) =$$

$$(+21) \div (-3) =$$

$$(-14) \div (-7) =$$

$$(+21) \div (+7) =$$

۱- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$(-2) \times (-4) \div (+8) =$$

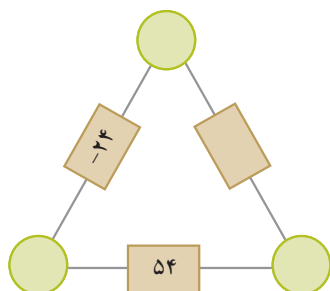
$$-4 \times (+3) \div (-2) =$$

$$(-14 \div (+7)) \times (-3) =$$

$$(28 \div (-4)) \times (+3) =$$

۲- حاصل ضرب عددهای روی رأس های مثلث، روی هر ضلع نوشته شده است.

جاهای خالی را کامل کنید.



۳- الگوهای عددی را کامل کنید.

\_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_ و ۹ و ۶ و ۳ و ۰ و ۳- و \_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_ و ۵ و ۱ و ۱۵ و ۲۰ و \_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_

۱- جملات زیر را کامل کنید.

\* اگر حاصل ضرب یک عدد طبیعی در یک عدد صحیح، منفی شود، آن عدد صحیح — است.

\* اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح بر هم عددی منفی شود، یکی از آن عددهای صحیح — و دیگری — است.

\* اگر ضرب دو عدد صحیح، صفر شود، حداقل یکی از آنها — است.

\* اگر حاصل تقسیم دو عدد صحیح، مثبت باشد، ضرب آن دو عدد صحیح — است.

۲- بدون محاسبه مشخص کنید که حاصل عبارت، مثبت است یا منفی.

$$(-41-80) \times (-50+60) =$$

$$(-27+50) \times (-40+20) =$$

$$(-80-40) \times (-40 \div 5) =$$

$$(-8 \div 4) \times (-2 \times 3) =$$

۳- در جاهای خالی، عدد مناسب بنویسید.

$$(-200) \div = 20$$

$$-400 \div = -80$$

$$(100) \div = -20$$

$$20 \div = -4$$

$$-8 \times = 80$$

$$-100 \div = 20$$

۴- همه عددهای صحیح ممکن را که می توانند به جای  و  قرار بگیرند، بنویسید.  $\square \times \triangle = -12$

۵- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$((-2)+(+3)) \times (-5) =$$

$$((+2)+(-7)) \div (-5) =$$

$$(-5-4) \times (-6) =$$

$$-5 \times (-4 - (-3)) =$$

۶- قطاری از مشهد به سوی تهران در حرکت است. طول مسیر ۱۲۰۰ کیلومتر است و قطار در هر ساعت ۶۰ کیلومتر حرکت

می کند. شهر شاهرود را که در نیمه راه است، مبدأ مقایسه در نظر بگیرید. زمان رسیدن به شاهرود را صفر و قبل از آن را منفی و بعد از

آن را مثبت در نظر بگیرید و به سؤال های زیر پاسخ دهید:

قطار چه ساعتی از مشهد حرکت کرده است؟

چه ساعتی به تهران می رسد؟

قطار در ساعت ۳- در چه فاصله ای از شاهرود بوده است؟

در چه ساعتی ۲۴۰ کیلومتر بعد از شاهرود است؟

جدول زیر را کامل کنید.



| زمان (برحسب ساعت)        | -۱۰  | -۸   | -۶ | -۴ | -۲ | ۰ | ۲ | ۴ | ۶ | ۸ | ۱۰ |
|--------------------------|------|------|----|----|----|---|---|---|---|---|----|
| مکان قطار نسبت به شاهرود | -۶۰۰ | -۴۸۰ |    |    |    |   |   |   |   |   |    |

در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید. برای هر کدام یک مثال بزنید.

● عدد علامت‌دار ● عدد صحیح ● قرینه عدد ● گسترده عدد صحیح

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

● قراردادی برای جهت‌های مثبت و منفی

● محور عددهای صحیح و مرتب کردن عددهای صحیح (مثبت – صفر – منفی)

● قرینه قرینه یک عدد صحیح ● هر عدد صحیح مثبت، عددی طبیعی است.

● تبدیل تفریق به جمع ● جمع و تفریق روی محور

● جمع و تفریق با دایره‌های سیاه و سفید ● مقایسه و مرتب کردن عددهای صحیح

● جمع و تفریق دو عدد صحیح ● تعیین علامت در ضرب و تقسیم

● ضرب و تقسیم دو عدد صحیح ● انجام عملیات عددهای صحیح به صورت ذهنی

● انجام عملیات عددهای صحیح به صورت تقریبی و با ماشین حساب

● حل مسائل مربوط به عددهای صحیح

کاربرد این درس را در فصل‌های بعد نیز خواهید دید. در فصل عبارت جبری، ساده کردن عبارت‌های جبری به محاسبه عددهای

صحیح تبدیل می‌شود.

این درس در زندگی روزمره برای نشان دادن عددهای علامت‌دار مثل درجه هوا، ارتفاع نسبت به سطح دریا و ... کاربرد دارد.

شما می‌توانید کاربردهای دیگری برای آن پیدا کنید؟

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$(-4) - 8 =$$

$$= (-6) + (-3 - 7) \times (-2 \div 18)$$

$$= 5 + (-20)$$

$$= (-4) + (-16)$$

$$= -4 + 20 - 100$$

۲- دمای هوا در تبریز دو درجه زیر صفر و دمای اردبیل ۳ برابر آن است. میانگین دمای این دو شهر چند درجه است؟



جبر و معادله

## فصل ۳



- الگوهای عددی
- عبارات جبری
- مقدار عددی یک عبارت جبری
- معادله

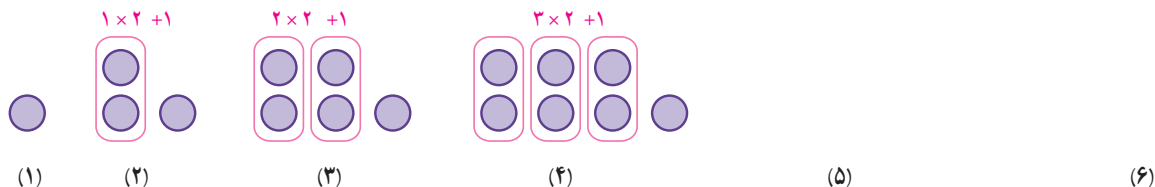
تبدیل مسائل زندگی روزمره به عبارات و معادله‌های ریاضی را مدل سازی می‌گویند. برای مثال هزینه کرایه یک اتوبوس عبارت است از یک قیمت ثابت برای ۳ ساعت اول و یک قیمت برای هر ساعت اضافه بعد از ۳ ساعت؛ بنابراین می‌توان هزینه اتوبوس را به صورت یک عبارت جبری به صورت  $C = a + nb$  نمایش داد. حروف  $C$ ،  $a$ ،  $b$  و  $n$  به چه معنی هستند؟

۱- یک تشک کشتی به شکل مربع است. جدول زیر را کامل کنید.

|   |    |    |  |                |               |   |                |
|---|----|----|--|----------------|---------------|---|----------------|
| a |    |    |  | $5\frac{1}{3}$ | $\frac{6}{5}$ | ۴ | اندازه ضلع تشک |
|   | ۲۰ | ۳۲ |  |                |               |   | محیط تشک       |

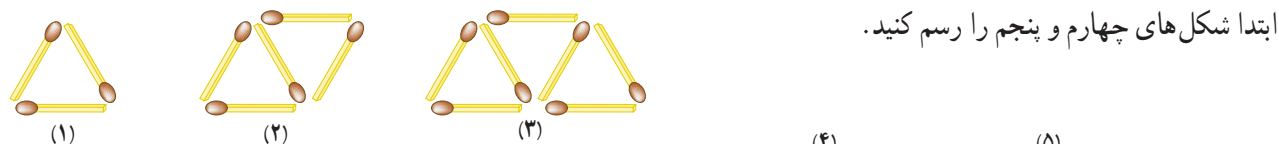


۲- اکنون با توجه به شکل‌های زیر و الگویی که مشاهده می‌کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.



|             |   |   |   |   |   |   |     |   |
|-------------|---|---|---|---|---|---|-----|---|
| شماره شکل   | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ... | n |
| تعداد دایره |   |   |   |   |   |   |     |   |

۳- شکل‌های زیر با چوب کبریت درست شده‌اند و به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کنند. با توجه به الگوی آنها جدول را کامل کنید.



|                 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|-----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| شماره شکل       | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ |
| تعداد چوب کبریت | ۳ | ۵ |   |   |   |   |   |   |   |    |



با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می‌کنید، توضیح دهید چه رابطه‌ای بین شماره شکل و تعداد چوب کبریت‌ها وجود دارد؟

شکل nام چند چوب کبریت خواهد داشت؟ تعداد چوب کبریت‌ها را بر حسب n بنویسید.

حال با توجه به رابطه‌ای که به دست آورده‌اید، تعداد چوب کبریت‌های شکل بیستم را پیدا کنید.

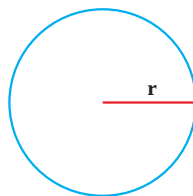
در فعالیت بالا، محیط یک مربع به ضلع a، برابر با  $4a = 4 \times a$  است. حرف a یک **متغیر** نامیده می‌شود. در **جبر**،

متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیرمشخص‌اند.

۱- در دبستان با محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

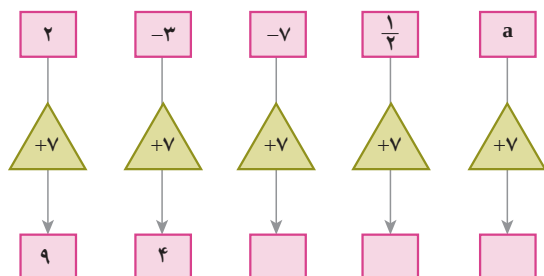
مساحت  $S = \frac{3}{14} \times \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}}$

محیط  $P =$



۲- نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟

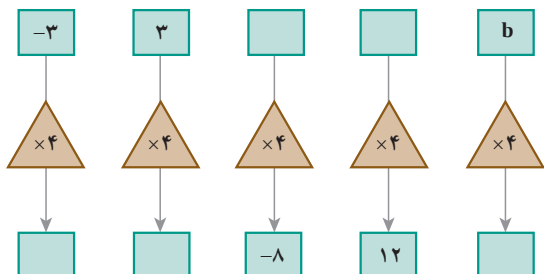
توضیح دهید:



نمودارها را کامل کنید.

۳- این نمودارها چه کاری انجام می‌دهند؟

توضیح دهید:



نمودارها را کامل کنید.

۴- جمله  $n$ ام الگوهای عددی را مانند نمونه بنویسید. ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

$2n$  و  $\underline{\hspace{1cm}}$  و  $\underline{\hspace{1cm}}$  و  $\underline{\hspace{1cm}}$  و  $\underline{\hspace{1cm}}$  و ۸ و ۶ و ۴ و ۲

$\underline{\hspace{1cm}}$  و  $\underline{\hspace{1cm}}$  و  $\underline{\hspace{1cm}}$  و  $\underline{\hspace{1cm}}$  و ۲۰ و ۱۵ و ۱۰ و ۵

$\underline{\hspace{1cm}}$  و  $\underline{\hspace{1cm}}$  و  $\underline{\hspace{1cm}}$  و  $\underline{\hspace{1cm}}$  و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳

$\underline{\hspace{1cm}}$  و  $\underline{\hspace{1cm}}$  و  $\underline{\hspace{1cm}}$  و  $\underline{\hspace{1cm}}$  و ۷ و ۵ و ۳ و ۱

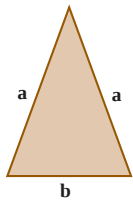
به کمک حروف و نوشتن عبارت‌های جبری، قوانینی را که تاکنون در ریاضی آموخته‌اید و با عبارت کلامی بیان می‌کردید، می‌توانید به صورت جبری بنویسید. برای مثال می‌دانیم عمل جمع، خاصیت جابه‌جایی دارد؛ یعنی  $a + b = b + a$  است. حالا معنای هر تساوی را بیان کنید.

$a + 0 = a$

$a \times b = b \times a$

$1 \times a = a$

۱- در مثلث متساوی الساقین مقابل، اندازه ساق را با  $a$  و قاعده را با  $b$  نشان می‌دهیم.



الف) چرا هر دو ساق را با  $a$  نشان می‌دهیم؟

ب) محیط مثلث را به دست آورید.  
محیط =  $P = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$

ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید.



مساحت =  $S = \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}}$

۲- هزینه چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می‌شود: ۳۰۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰۰۰ تومان برای هر کارت. هزینه چاپ  $n$  کارت

چقدر می‌شود؟



۳- حمید هر روز چند صفحه قرآن می‌خواند. اگر  $n$  تعداد صفحاتی باشد که حمید در

یک روز می‌خواند، تعداد صفحاتی را که او در یک هفته می‌خواند، با یک عبارت جبری نشان

دهید.

۴- هیئت مدیره مجتمع فرهنگی اردویی شهید باهنر تهران رابطه‌ای را برای نحوه تعیین

هزینه اردوهای دانش‌آموزی در این مرکز تعیین کرد. در این رابطه هزینه ورودی  $a$  تومان و

به‌ازای هر دانش‌آموز  $b$  تومان دریافت می‌شود. اگر مدرسه‌ای  $n$  دانش‌آموز به اردوگاه بیاورد،

هزینه‌اش از چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟

در سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ قیمت ورودی مدرسه ۳۰۰۰۰۰ تومان و هزینه هر دانش‌آموز ۳۰۰۰۰ تومان است، در این صورت

رابطه محاسبه هزینه در این سال تحصیلی را بنویسید.

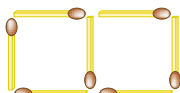
۵- جمله  $n$ ام الگوهای زیر را بنویسید.

۴ و ۸ و ۱۲ و ۱۶ و ...

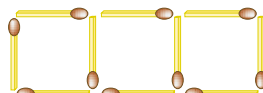
۱ و  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{4}$  و ...



(۱)

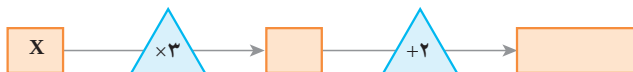


(۲)



(۳)

۶- شکل  $n$ ام چند چوب کبریت خواهد داشت؟



۷- اگر عدد  $x$  وارد نمودارهای روبه‌رو شود، چه عددی



خارج خواهد شد؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.



$$P = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$$

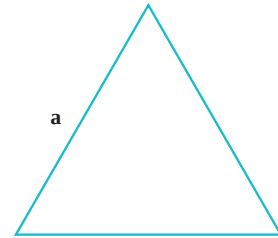
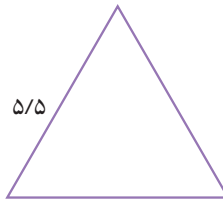
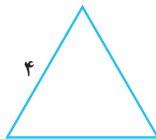
۱- محیط مربع مقابل را به دست آورید.

در درس قبل محیط مربع به صورت  $4a$  نوشته شده است؛ درستی این تساوی را توضیح دهید.

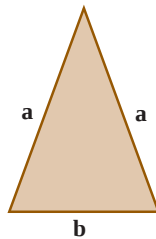
$$a+a+a+a=4a$$

۲- محیط مثلث متساوی الاضلاع را به دو صورت به دست آورید.

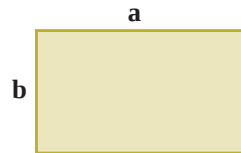
$$2+2+2=3 \times 2$$



۳- حالا محیط مثلث متساوی الساقین و مستطیل را به دست آورید.



$$P = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} =$$



$$P = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} =$$

آیا می‌توانیم  $a$  را با  $a$  جمع کنیم؟ چرا؟

آیا می‌توانیم  $a$  را با  $b$  جمع کنیم و با یک جمله نشان دهیم؟ چرا؟

یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد، متغیر و عمل‌هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. در زیر نمونه‌هایی از عبارت‌های جبری آورده شده است:

$$3x - 7$$

$$5z$$

$$m \times 5n$$

$$4 + \frac{p}{q}$$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت «.» یا پرانتز برای نشان دادن عمل ضرب استفاده می‌کنند و از نماد « $\times$ » پرهیز می‌شود؛ زیرا ممکن است علامت ضرب با نماد انگلیسی « $x$ » به عنوان یک متغیر، اشتباه شود. در زیر حاصل ضرب دو متغیر  $x$  و  $y$  را به صورت‌های مختلف نمایش داده‌ایم که همگی آنها، یکسان‌اند و هیچ فرقی با یکدیگر ندارند:

$$xy, x \cdot y, x(y), (x)y, (x)(y)$$

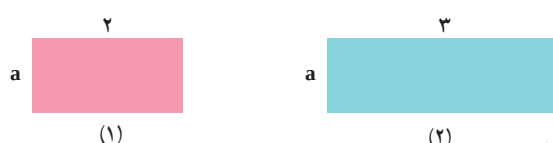
۱- در بعضی از کشورها میوه را به صورت دانه‌ای می‌فروشند. اگر قیمت هر سیب را با  $a$  و قیمت هر گلابی را با  $b$  نشان دهیم، موارد زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

قیمت ۵ سیب: قیمت ۷ گلابی: قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی:

اگر فردی از میوه‌فروشی در یک روز ۳ سیب و در روز بعد ۲ سیب و ۴ گلابی خریده باشد، مجموع هزینه این دو خرید چقدر می‌شود؟

$$\text{هزینه} = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} =$$

خرید دوم خرید اول

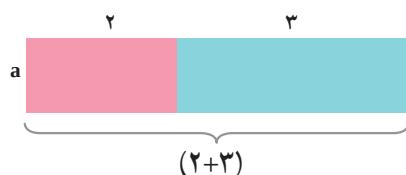


۲- الف) مساحت هر دو مستطیل را با عبارت جبری نشان دهید.

$$S_1 = \text{مساحت مستطیل (۱)} \quad S_2 = \text{مساحت مستطیل (۲)}$$

$$S = S_1 + S_2 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$$

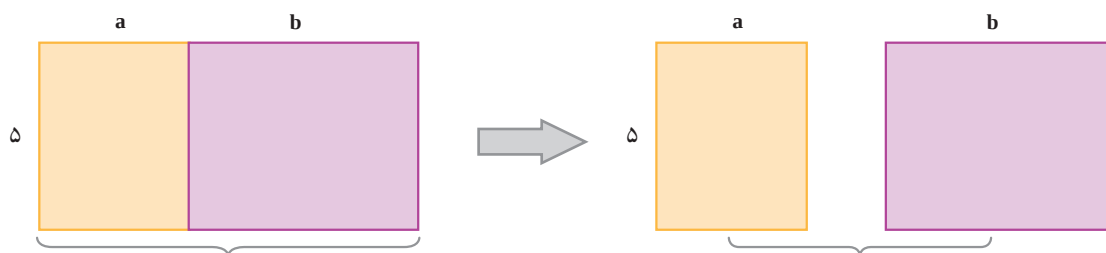
ب) دو مستطیل را کنار هم گذاشته‌ایم. توضیح دهید مساحت این شکل چگونه به دست آمده است؟



$$S = (2+3)a$$

ج) پاسخ‌های الف و ب را با هم مقایسه کنید.

۳- مانند سؤال ۲ برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.



توضیح دهید که با کمک تساوی بالا چگونه می‌توان یک عدد بیرون پرانتز را در جمله‌های آن ضرب کرد.

هر کدام از عبارت‌های  $2a$ ،  $3a$ ،  $4b$  و  $5b$  یک جمله است. دو جمله  $a$  و  $3a$  متشابهند؛ اما  $3a$  و  $4b$  متشابه نیستند. برای ساده کردن عبارت‌های جبری، فقط جمله‌های متشابه را در نظر می‌گیریم و آنها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم. البته در ساده کردن یک عبارت جبری، استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس‌های گذشته خوانده‌اید (مانند ضرب عددهای منفی در مثبت، منفی در منفی، مثبت در مثبت) باید رعایت شود. خاصیت جابه‌جایی اعمال جمع و ضرب، خاصیت شرکت‌پذیری ضرب و بی‌اثر بودن پرانتز در ضرب،  $a(bc)$ ،  $(ab)c$  از اهمیت زیادی برخوردار است.

حاصل عبارت‌های جبری زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$(3n+1) + (2n+1) = 3n+1+2n+1 = 5n+2$$

$$(4n-7) + (7n+4) =$$

$$3a-8b+6a+6b =$$

$$7a+6a-2a+3b =$$

$$4x-6y+1-3x+2y+7 =$$

$$2x-4y+7-3x+2y+1 =$$

در زیر شیوه جمع کردن جملات متشابه در عبارت جبری مشخص شده است.

$$6x+5y-4x+8y = (6x-4x) + (5y+8y) = (6-4)x + (5+8)y = 2x+13y$$

همچنین نحوه ضرب کردن یک عدد در پراتز مشخص شده است.

$$2(2x+5y) = 2 \times 2x + 2 \times 5y = 4x+10y$$

$$-(3x-5y) = -1 \times 3x - 1 \times (-5y) = -3x+5y$$

توضیح دهید که چگونه از روی عددهای صحیح که در فصل دوم آموختید، برای ساده کردن عبارت‌های جبری استفاده می‌کنید.

۱- عبارت‌های کلامی زیر را به عبارت جبری تبدیل کنید.

(ب) هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد

(الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد

(د) دو سوم محیط (P)

(ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵

۲- فاطمه قصد دارد با جمع کردن پول خود یک چادر ملی که توسط بنیاد ملی مد و لباس اسلامی - ایرانی

معرفی شده است، خریداری کند. قیمت این چادر  $5d + s$  است که در آن  $d$  قیمت یک متر چادر و  $s$  هزینه دوخت

چادر است. اگر چادر را متری ۱۵۰۰۰۰ تومان خریده باشد و هزینه دوخت آن ۱۰۰۰۰۰ تومان باشد، پول چادر

فاطمه چقدر می‌شود؟

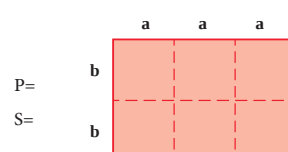
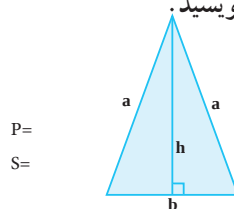
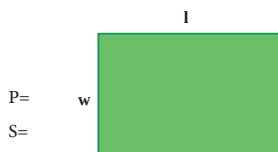
۳- عبارت‌های جبری زیر را به صورت کلامی توضیح دهید.

$$4x-7$$

$$a+8$$

$$7x$$

۴- محیط و مساحت شکل‌های زیر را به صورت جبری بنویسید.



۵- عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$$1) 3a-8+7a+6b$$

$$2) (2x-8)-(3x+7)$$

$$3) 4(2x-1)+3x-7$$

$$4) 2x-7-(4x+8)$$

$$5) 6-7e+9h-2h+5e$$

$$6) 4(y+x+2)-8(x-y+1)$$

۶- کدام عبارت جبری زیر را می‌توان به صورت ساده‌تری نوشت؟ چرا؟

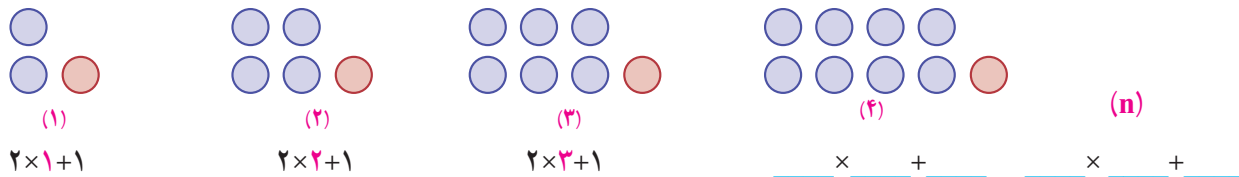
$$1) t+5t$$

$$2) -u-3v+4$$

$$3) 3z+9y$$

$$4) 7m-9n$$

۱- به شیوه شمارش تعداد دایره‌ها توجه کنید. چه رابطه‌ای بین آن و شماره شکل‌ها وجود دارد؟



الف) تعداد دایره‌های شکل ۴ و شکل  $n$  را بنویسید.

ب) با کمک عبارتی که برای جمله  $n$ ام نوشته‌اید، تعداد دایره‌های شکل دهم را پیدا کنید.

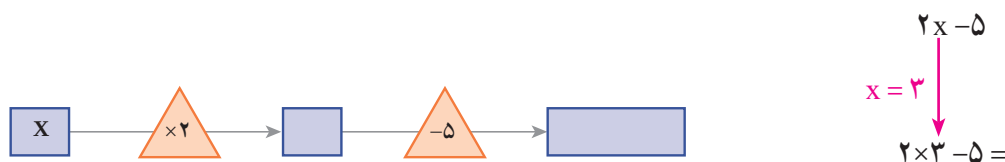
۲- اگر جمله  $n$ ام یک الگو  $3n-5$  باشد، جمله چهارم و دهم را پیدا کنید.

۳- عبارت  $2n-7$  را به ازای عددهای داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید.

| $n$    | ۱                     | ۳ | ۰ | ۸ | -۵ | -۷ | $\frac{3}{2}$ |
|--------|-----------------------|---|---|---|----|----|---------------|
| $2n-7$ | $2 \times 1 - 7 = -5$ |   |   |   |    |    |               |

۴- برای پیدا کردن محیط تشک کشتی رابطه  $P = 4a$  نوشته شده است. محیط یک تشک کشتی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

۵- در نمودار جبری زیر به جای  $x$  مقدار ۳ را قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت‌های جبری نمودار را کامل کنید.



در یک عبارت جبری اگر به جای متغیر یا متغیرها، عدد یا عددهای معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت به دست می‌آید.

در انجام عملیات محاسبه مقدار عبارت، ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته‌اید، رعایت کنید. در مثال زیر به نحوه ساختن یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید.

$$a-(a-2b) \quad a=5, \quad b=3$$

$$5-(5-2 \times 3)=5-(5-6)=5-(-1)=5+1=6$$

۱- حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای  $s = 3$ ،  $t = 6$  محاسبه کرده‌اند؛ کدام یک پاسخ را درست به دست آورده است؟ دلیل خود را بنویسید.

$$3(t + 27 \div s)$$

$$\text{حسین: } 3(6 + 27 \div 3)$$

$$= 3 \times (6 + 9)$$

$$= 3 \times 15 = 45$$

$$\text{حسن: } 3(6 + 27 \div 3)$$

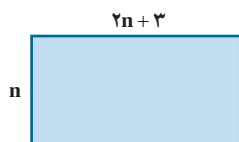
$$= 3 \times (33 \div 3)$$

$$= 3 \times 11 = 33$$

۲- مقدار عددی عبارت را به ازای  $a = 2$  به دست آورید.

$$\frac{4a - 1}{1 + 2a} =$$

۳- مستطیل مقابل را در نظر بگیرید.



الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید.

ب) اگر  $n = 4$  باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

۴- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای  $x = 3$  و  $y = 4$  به دست آورید.

$$x(y \cdot y - 8) \div 12 =$$

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای  $x = 2$  و  $y = 3$  پیدا کنید.

$$3(2x - 3y) - 5(x - 2y)$$

$$3(2 \times 2 - 3 \times 3) - 5(2 - 2 \times 3) =$$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید؛ سپس مقدار آن را به ازای عددهای داده شده، پیدا کنید.

$$3(2x - 3y) - 5(x - 2y) =$$

از مقایسه جواب‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۱- سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد  $k$  جلد کتاب نو به مبلغ هر کدام  $۷۰۰۰۰$  تومان و  $s$  جلد کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام  $۲۰۰۰۰$  تومان خریده است.

الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید.

ب) اگر سارا ۳ کتاب نو و ۶ کتاب دست دوم خریده باشد، در مجموع چه مبلغی پرداخت کرده است؟



۲- کتابخانه ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب‌های خطی و چاپی دانشمندان ایرانی در دوران باشکوه تمدن اسلامی (مخصوصاً کتاب‌های قرن‌های دوم تا هفتم هجری) را نگهداری می‌کند. اگر  $m$  نسخه خطی و  $n$  نسخه چاپی در این کتابخانه نگهداری شود و از هر نسخه خطی ۲ میکروفیلم (ریزفیلم) و از هر نسخه چاپی یک میکروفیلم تهیه شده باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را با یک عبارت جبری نشان دهید.

اگر  $۱۰۰۰$  نسخه خطی و  $۵۰۰۰$  نسخه چاپی وجود داشته باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را پیدا کنید.

۳- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عددهای داده‌شده به دست آورید.

$$m + (n-1)(n-1) \quad m = 3 \quad \text{و} \quad n = -4 \quad -6x + y(x-y) \quad x = 8 \quad \text{و} \quad y = 1$$

|       |     |      |               |
|-------|-----|------|---------------|
| $a$   | $2$ | $-5$ | $\frac{3}{4}$ |
| $a+7$ |     |      |               |

|         |     |      |     |                |
|---------|-----|------|-----|----------------|
| $b$     | $3$ | $-3$ | $0$ | $-\frac{1}{2}$ |
| $-3b+4$ |     |      |     |                |

۴- مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانش‌آموزان پایه هفتم را برای بازدید از مناطق جنگی به شلمچه و هویزه اعزام کند. هزینه بلیت قطار برای هر دانش‌آموز از تهران تا خرمشهر،  $۳۳۰$  هزار تومان است.

الف) هزینه خرید بلیت برای  $a$  دانش‌آموز را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

ب) اگر مدرسه دارای  $۱۲۰$  دانش‌آموز در پایه هفتم باشد، برای تهیه بلیت قطار دانش‌آموزان چقدر باید بپردازند؟

۵- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عددهای داده‌شده به دست آورید.

$$\begin{cases} x=10 \\ y=20 \end{cases} \quad 4x-3y+7x-2(2x-y+3) \quad \begin{cases} x=17 \\ y=-6 \end{cases} \quad 2(x-3y+1)-(2x-6y-3)$$

۱- محیط مربعی ۱۲ متر است. طول ضلع آن چقدر است؟

در تساوی مقابل عدد ۱۲ را به جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟

$$P = 4a$$

چه چیزی مجهول است و باید مقدار آن را به دست آورید؟

این مقدار از حل کدام رابطه به دست آمده است؟

۲- حالا می خواهیم ببینیم پاسخ رابطه  $6n + 7 = 37$  چیست؛ یعنی چه عددی به جای  $n$  در نظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برای

این کار به جای  $n$  عددهای مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

| $n$           | ۳                             | ۴ | ۵ | ۶ |
|---------------|-------------------------------|---|---|---|
| $6n + 7 = 37$ | $6 \times 3 + 7 = 25 \neq 37$ |   |   |   |

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟

پاسخ معادله چیست؟

به یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل می شود، «معادله» می گویند.

برای مثال  $4n = 12$  و  $6n + 7 = 37$  معادله اند. جواب های معادله همان عددهایی هستند که تساوی عددی را برقرار

می کنند.

پاسخ معادله های زیر را با راهبرد حدس و آزمایش پیدا کنید.

$$8x - 7 = 17$$

$$5(x + 2) = 40$$

$$x \cdot x = 4$$

آیا حدس زدن و آزمایش کردن همیشه راه حل مناسبی است؟ چرا؟

۱- به دو طرف تساوی عددی زیر عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{c} 4 = 4 \\ \downarrow +3 \\ 4+3 = 4+3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 4 = 4 \\ \downarrow -7 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 4 = 4 \\ \downarrow +1/5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 4 = 4 \\ \downarrow -\frac{2}{3} \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- دو طرف تساوی زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{c} 8 = 8 \\ \downarrow \times 3 \\ 3 \times 8 = 3 \times 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 8 = 8 \\ \downarrow \times (-2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 8 = 8 \\ \downarrow \times 1/5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 8 = 8 \\ \downarrow \times \frac{3}{4} \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۳- توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجه بالا استفاده شده است تا معادله حل شود.

$$\begin{array}{l} 2x - 1 = 7 \\ \downarrow +1 \\ 2x - 1 + 1 = 7 + 1 \rightarrow 2x = 8 \\ \downarrow \times \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \times 2x = 8 \times \frac{1}{2} \rightarrow x = 4 \end{array}$$

مراحل حل معادله بالا را به صورت زیر نیز می‌توان خلاصه کرد.

$$2x - 1 = 7 \rightarrow 2x = 7 + 1 = 8 \rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

معادله‌های زیر را حل کنید.

$$-8 = 2x + 4$$

$$9 = 4x - 7$$

$$2x - 4 = x$$

$$3x - 4 = x$$

$$x - 6 = 10$$

$$3 + 4x = 11$$

همان طور که در فصل اول کتاب بیان شد، راهبرد روش های نمادین، کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از حروف را آموخته اید، مسئله زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفشه داشت. او تعدادی از گل ها را در باغچه ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان شهر کاشت و در آخر هم ۴ گل اضافه آورد. او به طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

x: تعداد بنفشه ها در هر متر مربع (انتخاب مجهول) خواسته مسئله:

تبدیل عبارت کلامی مسئله به تساوی جبری (تشکیل معادله):

(حل معادله):

۱- معادله های زیر را حل کنید.

۱)  $2x - 3 = -9$

۲)  $3x + 5 = 14$

۳)  $3x - 2 = 10$

۴)  $2x + 7 = 1$

۵)  $7 + 2x = -4$

۶)  $3x - 1 = 10$

۷)  $2x - 4 = x$

۸)  $3x = 6x - 7$

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳- محسن برای خرید ۸ مداد ۴۰۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۸۰۰۰ تومان پس گرفت. قیمت هر مداد چند تومان بوده است؟



۴- از یک توپ پارچه ۳۰ متری ۱۲ دست کت و شلوار دوخته شده و ۳/۶ متر هم باقی مانده

است. برای هر دست کت و شلوار چند متر پارچه مصرف شده است؟

۵- آیا  $x = 2$  جواب معادله  $\frac{x-1}{2} - \frac{x-1}{3} = \frac{1}{6}$  است؟ چرا؟

۶- آیا  $x = -3$  جواب معادله  $x \cdot x - 3x = 0$  است؟ چرا؟

۷- احمد و بهمن ۳۶ جلد کتاب را صحافی کردند. احمد ۶ جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده

است. هر کدام از آنها چند جلد کتاب صحافی کرده است؟



حل سه تمرین زیر برای همه دانش آموزان الزامی نیست.

۸- سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن ۴۲- شود.

۹- دو عدد متوالی را به گونه ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر ۱۹ باشد.

۱۰- چهار عدد صحیح فرد متوالی را به گونه ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد ۸۰- شود.

در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

● الگوی عددی ● عبارت جبری ● متغیر ● جملات متشابه ● معادله

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس بنویسید.

- نوشتن جمله  $n$ ام یک الگو
- پیدا کردن جواب معادله با حدس زدن
- تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری
- تشکیل معادله و تبدیل مسئله‌های یک معادله
- نوشتن محیط و مساحت شکل‌ها با عبارت جبری
- پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری
- ساده کردن عبارت‌های درس با جمع و تفریق جملات متشابه
- مفهوم معادله و جواب معادله
- ضرب عدد در پرانتز
- روش حل معادله
- ساده کردن عبارت و سپس محاسبه مقدار عبارت جبری

مهم‌ترین کاربرد این درس، حل مسئله با کمک راهبرد روش‌های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوها و خاصیت‌ها و قوانین است. از این درس در فصل‌های بعدی استفاده زیادی از جمله برای بیان رابطه‌های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد.

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- مقدار عبارت جبری زیر را به ازای  $x = -1$  و  $y = -2$  پیدا کنید.

$$3(2x - y + 1) - 4x + y - 3 - (2x - y - 7) =$$

۲- معادله زیر را حل کنید.

$$2x - 3x + 2(x + 2) = 14$$

۳- شخصی با سوزاندن  $3500$  کالری،  $45$  کیلوگرم از وزنش را کم می‌کند. میزان کالری‌ای که فرد باید در هر روز بسوزاند

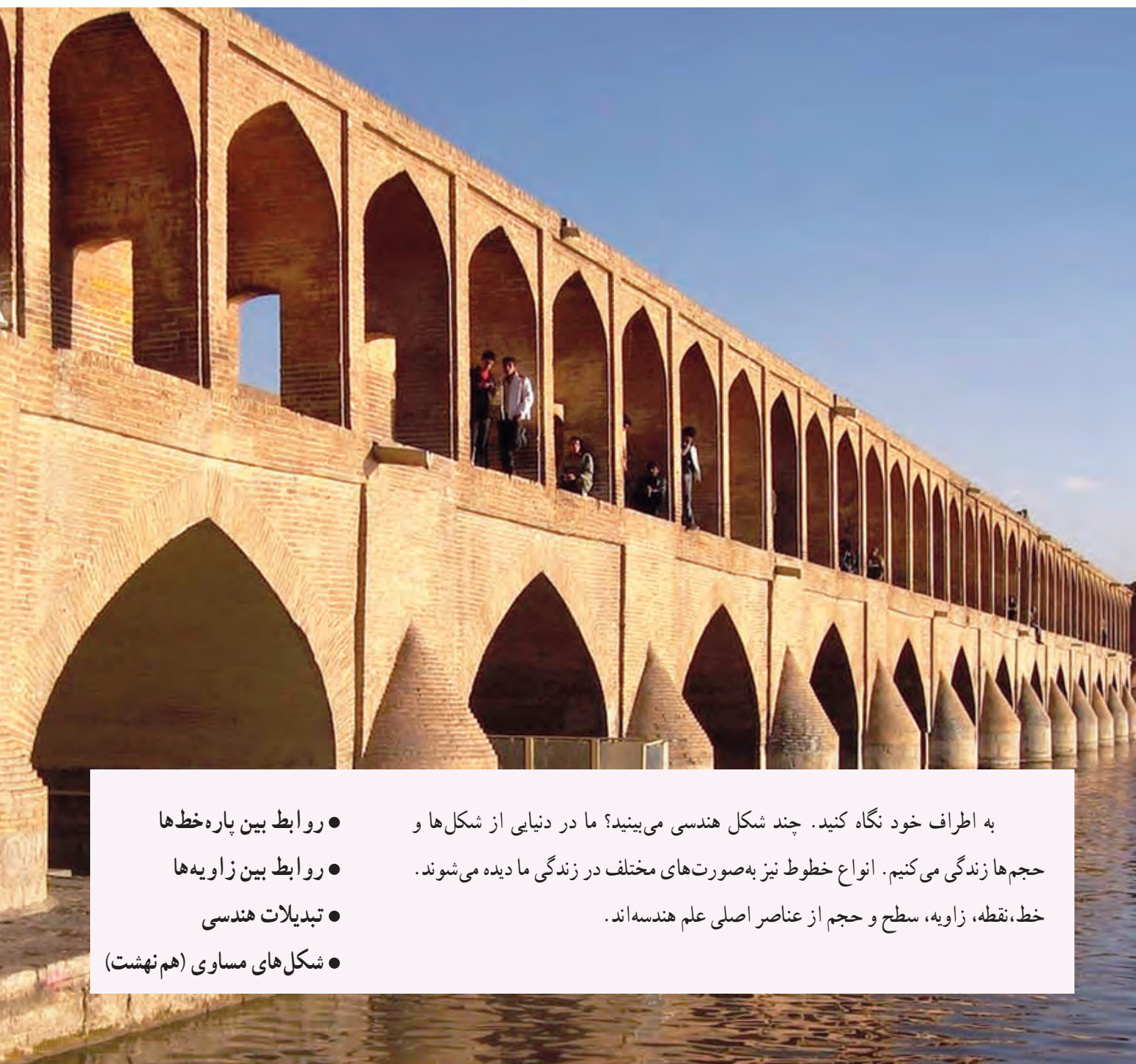
تا در ۲ هفته  $1/8$  کیلوگرم از وزنش کم شود، چقدر است؟

$$2x - 1 = 7$$

۴- یک مسئله بنویسید که متناظر با معادله مقابل باشد.



## هندسه و استدلال فصل ۲



- روابط بین پاره خط‌ها
  - روابط بین زاویه‌ها
  - تبدیلات هندسی
  - شکل‌های مساوی (هم‌نهشت)
- به اطراف خود نگاه کنید. چند شکل هندسی می‌بینید؟ ما در دنیایی از شکل‌ها و حجم‌ها زندگی می‌کنیم. انواع خطوط نیز به صورت‌های مختلف در زندگی ما دیده می‌شوند. خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم از عناصر اصلی علم هندسه‌اند.

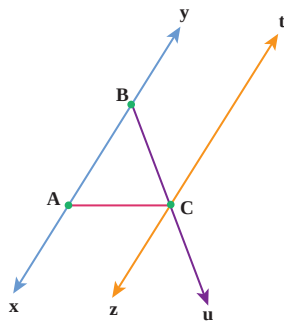
## روابط بین پاره‌خط‌ها

در ریاضیات برای نام‌گذاری شکل‌ها از حروف انگلیسی استفاده می‌کنیم. به‌طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی نام‌گذاری می‌کنیم و برای نام‌گذاری امتداد خط که در شکل با پیکانه نشان می‌دهیم از حروف کوچک استفاده می‌کنیم. طول یک پاره‌خط را با قراردادن یک پاره‌خط کوچک در بالای نام آن نمایش می‌دهیم. برای مثال  $\overline{AB}$  یعنی طول پاره‌خط  $AB$

۱- مانند نمونه‌ها شکل را با حروف انگلیسی نام‌گذاری کنید.



۲- در شکل زیر نام خط‌ها، نیم‌خط‌ها و پاره‌خط‌ها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.

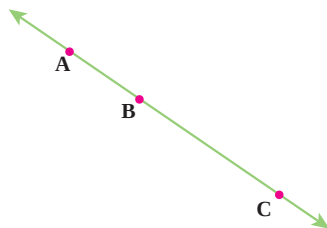


خط:

نیم‌خط:

پاره‌خط:

۳- در شکل مقابل نقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$  روی یک خط قرار دارند.



رابطه‌های زیر را کامل کنید.

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{AC} - \underline{\hspace{2cm}} = \overline{AB}$$

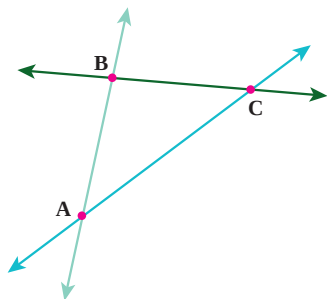
$$\overline{AC} - \overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{CB} + \overline{BA} = \underline{\hspace{2cm}}$$

۴- در شکل زیر نقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$  روی یک خط قرار ندارند.

نقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$  یک مثلث تشکیل داده‌اند. این مثلث  $ABC$  نام دارد و آن را به‌صورت  $\triangle ABC$  یا  $\hat{ABC}$  نمایش می‌دهیم.

رابطه‌های زیر را کامل کنید.



$$\overline{AB} + \overline{BC} > \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\overline{AB} + \overline{AC} > \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} > \overline{AB}$$

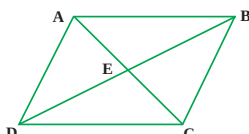
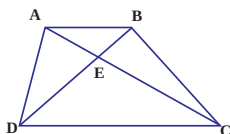
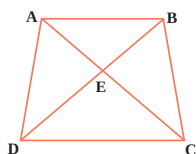
یک مثلث دلخواه دیگر رسم کنید و آن را  $ABC$  بنامید.

آیا همین رابطه‌ها در آن مثلث هم برقرار است؟

۱- مانند نمونه رابطه‌های دیگری را بنویسید که در همهٔ شکل‌ها برقرار باشد.

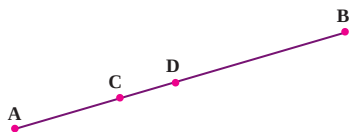
$$\overline{AB} + \overline{AD} > \overline{BD}$$

$$\overline{BD} - \overline{DE} = \overline{BE}$$



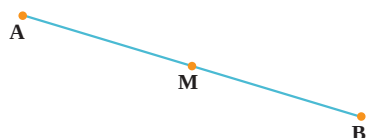
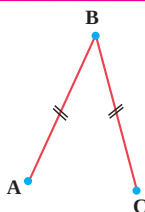
۲- می‌دانیم  $\overline{AB} = 7\text{cm}$ ،  $\overline{AC} = 2\text{cm}$  و  $\overline{DB} = 4\text{cm}$  (مخفف سانتی متر است).

یک رابطهٔ جبری بنویسید و با جایگزین کردن عددها، طول پاره خط CD را به دست آورید.



۱- پاره خط‌های مساوی را به صورت روبه‌رو در شکل مشخص می‌کنیم.

علامت‌ها نشان می‌دهند که  $\overline{AB} = \overline{BC}$



در شکل مقابل M وسط پاره خط AB است.

اندازهٔ کدام دو پاره خط مساوی است؟  $\text{---} = \text{---}$

تساوی این دو پاره خط را با علامت‌گذاری روی شکل نشان دهید. تساوی‌های زیر را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.

$$\overline{AB} = \text{---} \overline{AM}$$

$$\overline{AM} = \text{---} \overline{AB}$$

۲- در شکل زیر پاره خط‌های AB، BC، CD و DE با هم مساوی‌اند. طول کدام پاره خط‌ها برابر  $3\overline{AB}$  است؟



طول کدام پاره خط‌ها برابر  $2\overline{AB}$  است؟

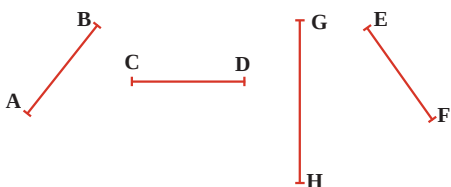
چند پاره خط در شکل روبه‌رو دیده می‌شود؟

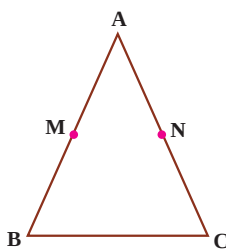
۳- با توجه به پاره خط‌هایی که در شکل زیر می‌بینید، اگر بدانیم  $\overline{AB} = \overline{DC}$  و  $\overline{DC} = \overline{EF}$  و  $\overline{EF} < \overline{GH}$ ، رابطه‌های زیر را کامل کنید.

(علامت « $\Rightarrow$ » یعنی نتیجه می‌گیریم)

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{---} = \text{---}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{---} < \text{---}$$





۴- مثلث ABC متساوی الساقین است؛ یعنی  $\overline{AB} = \overline{AC}$   
 نقطه M وسط AB و نقطه N وسط AC است.  
 چرا  $\overline{AN} = \overline{AM}$  ؟

$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \frac{1}{2}\overline{AB} = \text{---} \Rightarrow \text{---} = \text{---}$$

۱- اگر پاره خط‌های AB، BC، CD و DE با هم برابر باشند، تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.



$$\begin{aligned} \overline{AC} &= \text{---} \overline{AB} & \overline{CE} &= \text{---} \overline{AE} \\ \overline{AE} &= \text{---} \overline{BE} & \overline{BC} &= \text{---} \overline{BC} \end{aligned}$$

۲- در شکل مقابل نقاط A، B، C و D روی یک خط قرار گرفته‌اند.



$$\overline{AB} = \overline{CD}$$

می‌دانیم  $\overline{AB} = \overline{CD}$   
 کدام پاره خط هم اندازه AC است؟ چرا؟

۱- با رسم شکل‌های مناسب به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

الف) از یک نقطه چند خط می‌گذرد؟  
 ب) از یک نقطه چند خط راست می‌گذرد؟

ج) از دو نقطه چند خط (از انواع مختلف) می‌گذرد؟  
 د) از دو نقطه چند خط راست می‌گذرد؟

۲- یک خط رسم کنید و نقاط A، B، C و D را طوری روی آن نام‌گذاری کنید که رابطه زیر درست باشد.

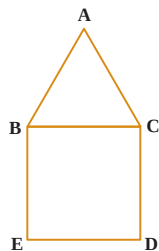
$$\overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{AC}$$

۳- اگر روی یک خط راست ۱۰ نقطه بگذارید، چند نیم خط به وجود می‌آید که سر آن‌ها روی این نقاط باشد؟ چرا؟

۴- نقطه C وسط پاره خط AB، نقطه D وسط پاره خط AC و نقطه E وسط پاره خط AD است.



$\overline{AB}$  چند برابر  $\overline{AE}$  است؟

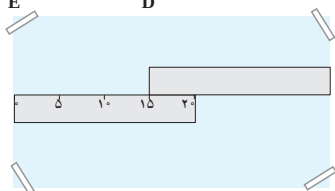


۵- در شکل روبه‌رو یک مربع و یک مثلث متساوی‌الاضلاع دیده می‌شود.

چرا  $\overline{BE} = \overline{AC}$  ؟

۶- دو خط کش ۲۰ سانتی متری را مانند شکل روبه‌رو، روی یک صفحه کاغذ قرار داده‌ایم.

طول این صفحه چند سانتی متر است؟



۷- اندازه قد علی را با a، اندازه قد حسن را با b و اندازه قد حسین را با c نشان می‌دهیم.

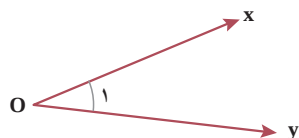
$$\left. \begin{aligned} a &> b \\ b &= c \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

رابطه زیر را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

## روابط بین زاویه‌ها

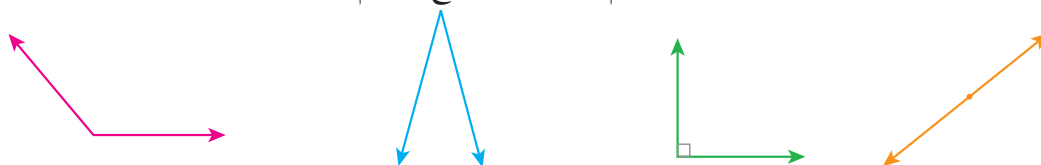
زاویهٔ مقابل نام‌گذاری شده و به چند صورت خوانده می‌شود. چرا از حروف کوچک و بزرگ

استفاده شده است؟



$$\hat{xOy} = \hat{yOx} = \hat{O} = \hat{O}_1 = \hat{1}$$

۱- با انواع زاویه‌ها در سال گذشته آشنا شده‌اید. زاویه‌ها را نام‌گذاری کنید و نوع هر کدام را مشخص کنید.



۲- تساوی بین زاویه‌ها را کامل کنید.

$$\hat{xOy} + \text{---} = \hat{xOz}$$

$$\hat{O}_2 + \hat{O}_1 = \text{---}$$

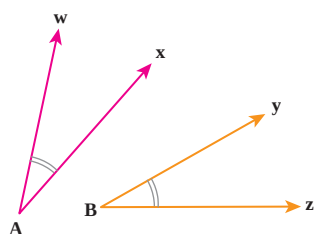
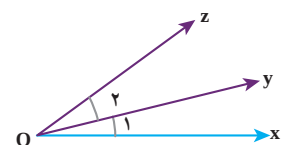
$$\hat{xOz} - \text{---} = \hat{zOy}$$

$$\hat{xOz} - \hat{O}_1 = \text{---}$$

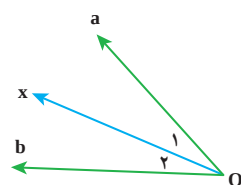
۳- دو زاویهٔ مساوی را به صورت روبه‌رو در شکل مشخص می‌کنیم.

$$\hat{wAx} = \text{---}$$

علامت‌ها نشان می‌دهند که

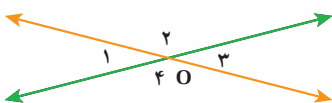


۴- در شکل مقابل Ox نیمساز زاویهٔ aOb است. زاویهٔ  $\hat{O}_1$  با کدام زاویه مساوی است؟  
تساوی این دو زاویه را با علامت‌گذاری روی شکل نشان دهید.



۵- در شکل مقابل دو خط یکدیگر را در نقطهٔ O قطع کرده‌اند.

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \text{---} \\ \hat{O}_3 + \hat{O}_2 = \text{---} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{---} = \text{---}$$



می‌دانیم  $\hat{O}_1 = 70^\circ$  است. اندازهٔ زاویه‌های دیگر را با نوشتن یک تساوی پیدا کنید.

$$\hat{O}_2 = 180^\circ - \text{---} = \hat{O}_4$$

$$\hat{O}_3 = \text{---} = \text{---}$$

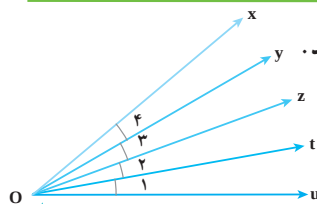
۱- زاویه‌های  $\hat{O}_1$ ,  $\hat{O}_2$ ,  $\hat{O}_3$ , و  $\hat{O}_4$  همه با هم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

$$\hat{xOu} = \text{---} \hat{O}_1$$

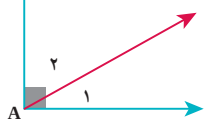
$$\hat{xOt} = \text{---} \hat{tOx}$$

$$\hat{yOt} = \text{---} \hat{O}_2$$

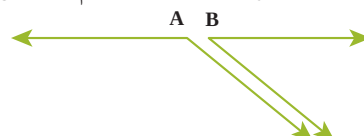
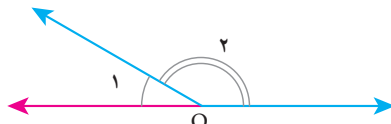
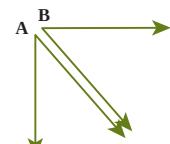
$$\hat{O}_2 = \text{---} \hat{zOu}$$



۲- برای زاویه‌های متمم و مکمل تساوی بنویسید.



$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$$



- ۱- می‌دانیم در هر مثلث، مجموع زاویه‌ها برابر  $180^\circ$  است.  
 مثلث‌ها را با توجه به اندازه زاویه‌هایشان به سه دسته تقسیم می‌کنیم:  
 ○ مثلث‌هایی که هر سه زاویه آنها تند است.  
 ○ مثلث‌هایی که یک زاویه راست دارند.  
 ○ مثلث‌هایی که یک زاویه باز دارند.  
 چرا مثلث نمی‌تواند دو زاویه راست داشته باشد؟

|                  | متساوی‌الاضلاع | متساوی‌الساقین | با ضلع‌های نامساوی |
|------------------|----------------|----------------|--------------------|
| همه زاویه‌ها تند |                |                |                    |
| یک زاویه راست    |                |                |                    |
| یک زاویه باز     |                |                |                    |

- ۲- می‌خواهیم در هر قسمت جدول مقابل یک مثلث رسم کنیم.  
 در کدام قسمت‌ها نمی‌توانیم مثلثی رسم کنیم؟  
 در قسمت‌هایی که می‌توانیم مثلث رسم کنیم، یک مثلث بکشید.

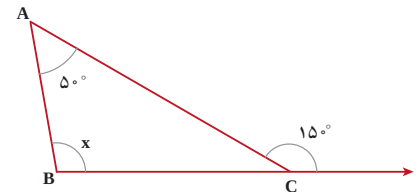
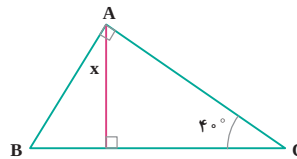
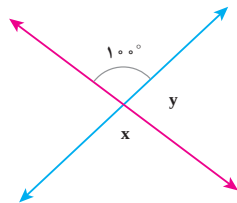
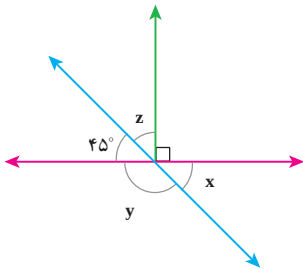
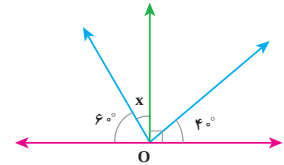
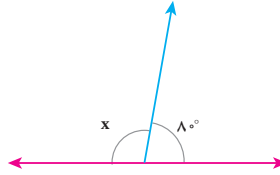
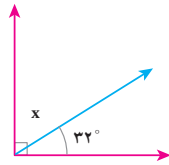
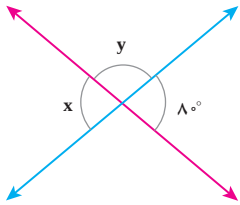
- ۳- هریک از شکل‌های زیر یک چندضلعی‌اند.  
 چندضلعی‌هایی که هیچ زاویه بزرگ‌تر از  $180^\circ$  ندارند، محدب نامیده می‌شوند.  
 به چند ضلعی‌ای که دست کم یک زاویه بزرگ‌تر از  $180^\circ$  داشته باشد، چندضلعی مقعر می‌گویند.  
 چندضلعی‌های مقعر (کاو) و محدب (کوژ) را در شکل زیر مشخص کنید.



- ۴- به چندضلعی‌هایی که همه ضلع‌ها و زاویه‌هایشان با هم مساوی است، چند ضلعی منتظم گفته می‌شود. کدام شکل در فعالیت قبل چندضلعی منتظم بود؟

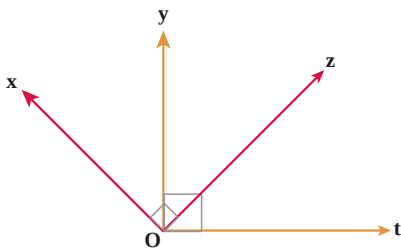
۱- یک مثال برای هر یک از زمان‌هایی بنویسید که عقربه بین ساعت شمار و دقیقه شمار زاویه راست، باز، تند و نیم صفحه را نشان دهد.

۲- اندازه زاویه‌های  $x$  و  $y$  را در شکل‌های زیر پیدا کنید.



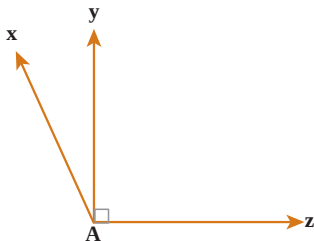
۳- در شکل مقابل می‌دانیم زاویه‌های  $\hat{xOz}$ ،  $\hat{tOy}$ ،  $90^\circ$  هستند.

چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که:  $\hat{xOy} = \hat{tOz}$ ؟

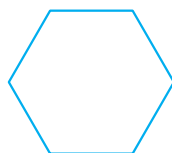


۴- در شکل مقابل اندازه زاویه  $\hat{xAz}$  برابر  $12^\circ$  درجه است.

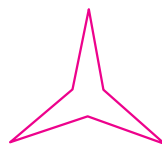
زاویه  $\hat{xAy}$  چه کسری از  $\hat{xAz}$  است؟



۵- شکل‌های زیر چه شباهت‌هایی با هم دارند؟ چه تفاوت‌هایی با هم دارند؟



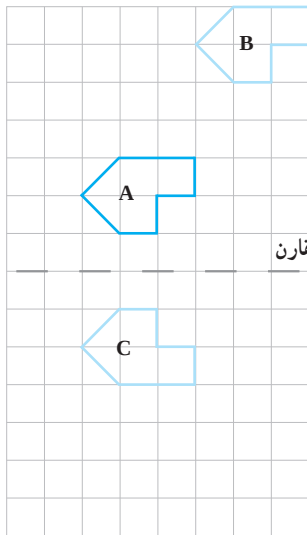
(ج)



(ب)



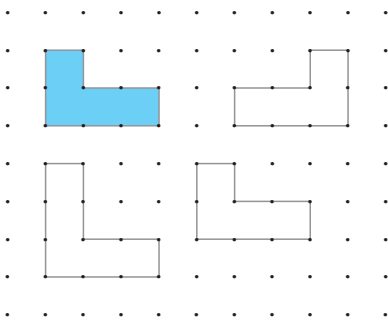
(الف)



۱- یک کاغذ شفاف روی شکل A قرار دهید و این شکل را روی کاغذتان بکشید. کاغذ شفاف را بدون تغییر جهت روی صفحه حرکت دهید تا تصویر آن روی شکل B قرار بگیرد.

بدین ترتیب تصویر شکل A را روی صفحه انتقال داده‌اید.

۲- دوباره کاغذ پوستی خود را طوری روی صفحه قرار دهید که تصویری که کشیده‌اید، روی شکل A قرار بگیرد. کاغذتان را از روی خط تقارن تا کنید. بدین ترتیب تصویر شکل A روی کدام شکل قرار می‌گیرد؟ این شکل قرینه شکل A نسبت به خط تقارن است. قرینه شکل B را هم نسبت به خط تقارن رسم کنید و آن را D بنامید.

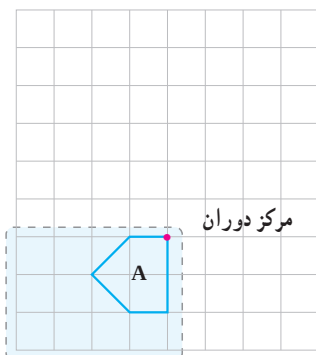


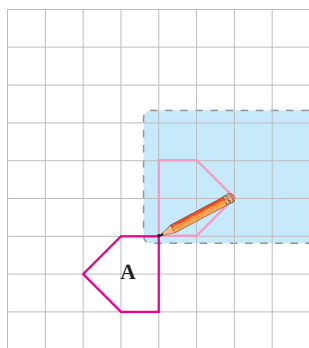
۱- به اندازه و جهت شکل‌های سفید نگاه کنید. کدام یک از شکل‌ها، انتقال‌یافته شکل آبی است؟ این شکل را هاشور بزنید.

۲- کدام شکل قرینه شکل آبی است؟ خط تقارن متناسب با این تقارن را رسم کنید.

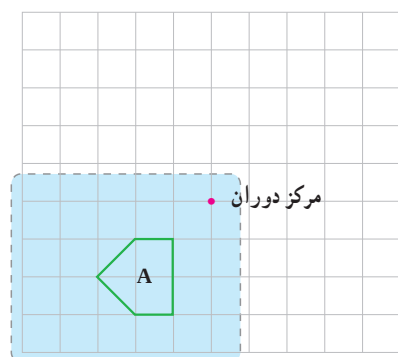
وقتی شکلی را روی صفحه انتقال می‌دهیم، تصویر به‌دست آمده، مساوی و هم‌جهت شکل اولیه است. وقتی قرینه شکلی را نسبت به یک خط پیدا می‌کنیم، تصویر به‌دست آمده، مساوی آن شکل است اما جهت آن تغییر می‌کند.

۱- یک کاغذ پوستی روی شکل A قرار دهید و این شکل را روی آن بکشید. با استفاده از یک مداد، کاغذ پوستی خود را در مرکز دوران شکل، روی صفحه کتاب ثابت کنید و آرام کاغذ را روی کتاب بچرخانید و به حرکت تصویر در صفحه نگاه کنید.



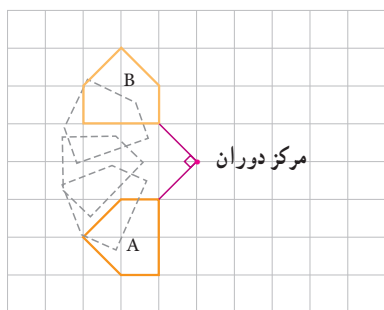


۲- اگر کاغذ پوستی را  $180^\circ$  درجه بچرخانید، تصویر شکل A مانند شکل روبه‌رو در صفحه قرار می‌گیرد. این تصویر حاصل دوران  $180^\circ$  درجه‌ای شکل A حول مرکز دوران است.



۳- باز هم کاغذ پوستی را روی شکل قرار دهید و با استفاده از آن، تصویر حاصل از دوران  $180^\circ$  درجه شکل A حول مرکز دوران جدید را بسازید.

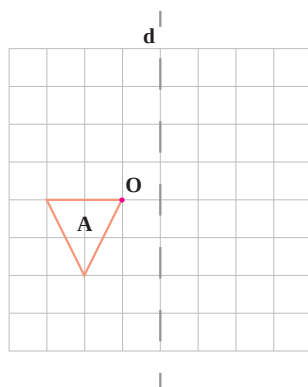
۴- با کمک کاغذ پوستی شکل A را حول مرکز دوران  $90^\circ$  درجه در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانده‌ایم. تصویر شکل A روی شکل B قرار گرفته است. شکل B را حول مرکز دوران،  $90^\circ$  درجه در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید. شکل حاصل از این دوران را رسم کنید و آن را C بنامید. چرا در دوران  $90^\circ$  درجه لازم است جهت دوران را مشخص کنیم اما در دوران  $180^\circ$  درجه این کار لازم نیست؟

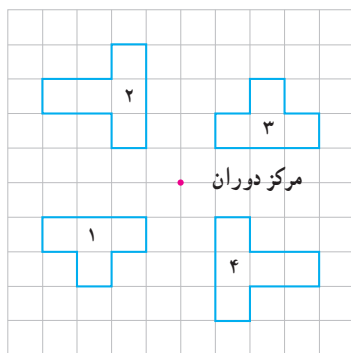


۱- الف) شکل A را  $90^\circ$  حول نقطه O در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید و شکل حاصل را B بنامید.

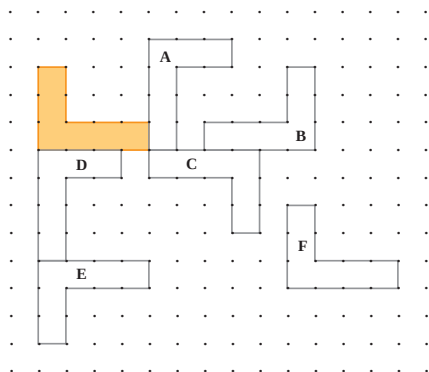
ب) قرینه A را نسبت به خط d رسم کنید و آن را C بنامید.

ج) آیا هر سه شکل با هم مساوی‌اند؟

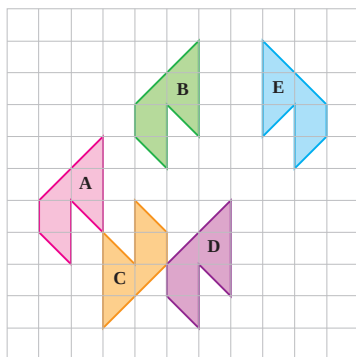




۲- الف) کدام شکل از دوران  $180^\circ$  درجه شکل ۱ در جهت عقربه‌های ساعت حول مرکز دوران به دست آمده است؟  
 ب) کدام شکل از دوران  $180^\circ$  درجه شکل ۴ حول مرکز دوران به دست آمده است؟

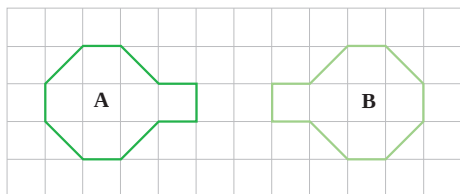


۳- همه شکل‌های مقابل با هم مساوی‌اند.  
 الف) کدام شکل‌ها انتقال یافته شکل رنگی هستند؟  
 ب) کدام شکل‌ها دوران یافته شکل رنگی هستند؟  
 ج) کدام شکل‌ها قرینه شکل رنگی نسبت به یک خط هستند؟



۴- در هر مورد چه تبدیلی انجام شده است؛ انتقال، تقارن محوری یا دوران؟  
 الف) A به B تبدیل شده است.  
 ب) A به C تبدیل شده است.  
 ج) B به E تبدیل شده است.  
 د) D به A تبدیل شده است.  
 هـ) D به C تبدیل شده است.

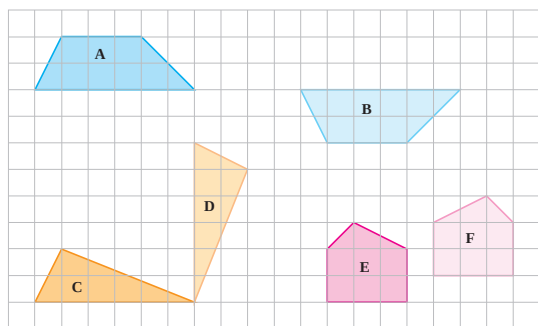
۵- در هر مورد با دو تبدیل مختلف می‌توان A را بر B منطبق کرد. این دو تبدیل را نام ببرید.



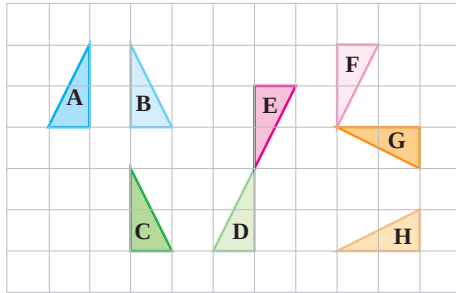
(ب)



(الف)



۶- در شکل مقابل کدام دو شکل مساوی، یک شکل و تبدیل یافته آن تنها با یک تبدیل (انتقال، تقارن یا دوران) را نشان می‌دهد؟

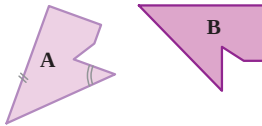


۱- الف) هر شکل با یک تبدیل، به شکل بعدی تبدیل شده است. روی هر پیکانه نوع تبدیل انجام‌شده (انتقال، تقارن یا دوران) را بنویسید.

تقارن  
A → B → C → D → E → F → G → H

ب) آیا شکل A با شکل H مساوی است؟ چرا؟

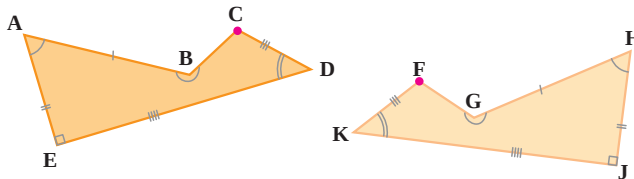
۲- اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل (انتقال، تقارن یا دوران) در صفحه بر شکل دیگر منطبق کنیم، می‌گوییم این دو شکل با هم هم‌نهشت (مساوی) اند.



دو شکل مقابل با هم هم‌نهشت‌اند.

یک ضلع و یک زاویه از شکل A مشخص شده است.

ضلع و زاویه مساوی (متناظر) با آنها در شکل B را با علامت‌گذاری مشخص کنید.



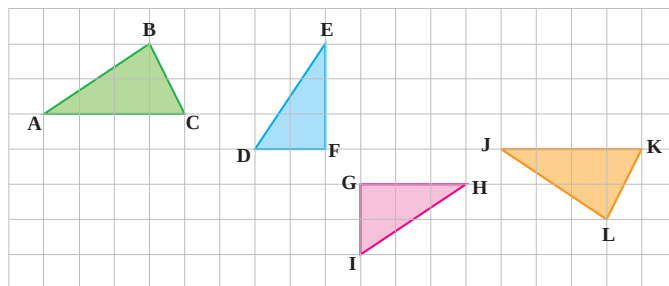
۳- دو شکل مقابل، هم‌نهشت‌اند. این عبارت را در

ریاضی به صورت  $ABCDE \cong HGFKJ$  نمایش می‌دهیم.

در دو شکل هندسی هم‌نهشت، اجزای متناظر دو به دو با

هم برابرند.

به چگونگی نمایش برابری ضلع‌ها و زاویه‌ها در دو شکل بالا توجه کنید.



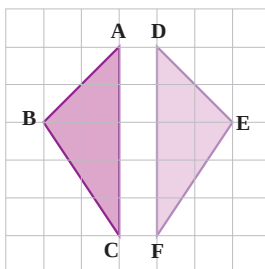
۱- مثلث‌های هم‌نهشت را در شکل بباید

و به زبان ریاضی بنویسید.

۲- در شکل مقابل دو مثلث هم‌نهشت دیده می‌شود.

ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی دو شکل را با علامت‌گذاری مشخص کنید. تساوی اجزای

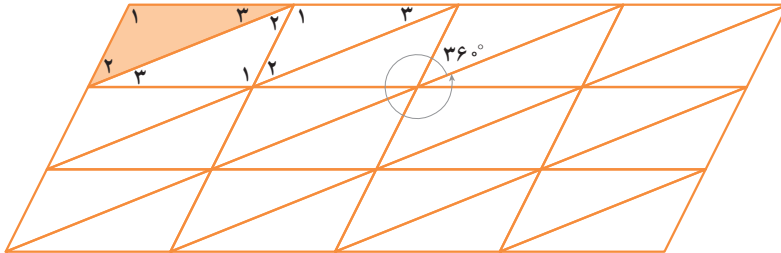
متناظر این دو مثلث را کامل کنید.



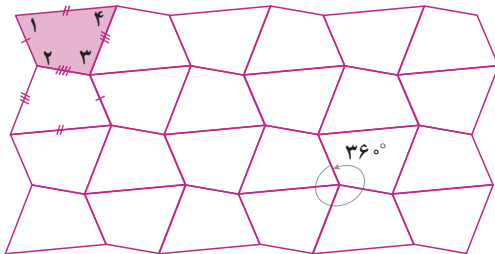
$\hat{A} =$   $\overline{AB} =$   
 $\hat{B} =$   $=$   
 $\hat{C} =$   $=$

۱- با انجام تبدیلات متوالی روی یک مثلث، قسمتی از صفحه را پوشانده ایم. مثلث‌هایی را که از انتقال مثلث رنگی به دست آمده‌اند، رنگ کنید.

هر یک از مثلث‌های سفید را می‌توان با دوران  $180^\circ$  درجه یکی از مثلث‌های رنگی به دست آورد. زاویه‌های مساوی در همه مثلث‌ها را با شماره گذاری آنها مشخص کنید. آیا همه این مثلث‌ها با هم مساویند؟

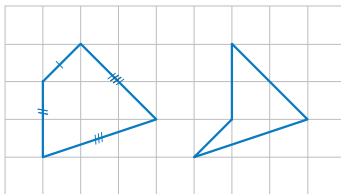


۲- با انجام تبدیلات متوالی روی یک چهارضلعی، قسمتی از صفحه را پوشانده ایم. چهارضلعی‌هایی را که از انتقال چهارضلعی رنگی به دست آمده‌اند، رنگ کنید. با چه تبدیلی می‌توان چهارضلعی‌های سفید را به دست آورد؟



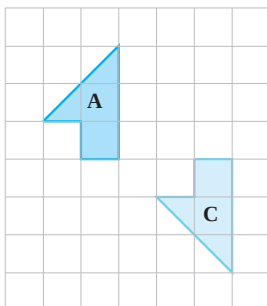
ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی را با علامت گذاری مشخص کنید. آیا همه این چهارضلعی‌ها با هم مساوی‌اند؟

۱- در شکل مقابل ضلع‌های دو چهارضلعی، دو به دو با هم برابرند. الف) با علامت گذاری مناسب، تساوی ضلع‌ها را نمایش دهید. ب) آیا این دو چهارضلعی با هم مساوی‌اند؟

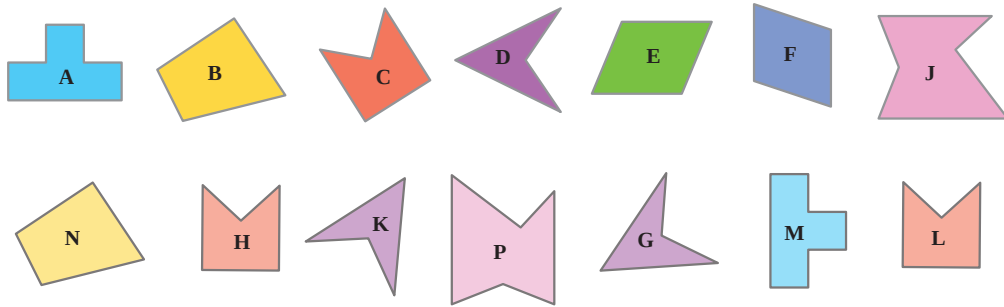


۲- می‌خواهیم شکل B را طوری رسم کنیم که بتوانیم با دو تبدیل متوالی، شکل A را بر شکل C منطبق کنیم. شکل B را رسم کنید و روی هر پیکانه نوع تبدیل انجام شده را بنویسید.

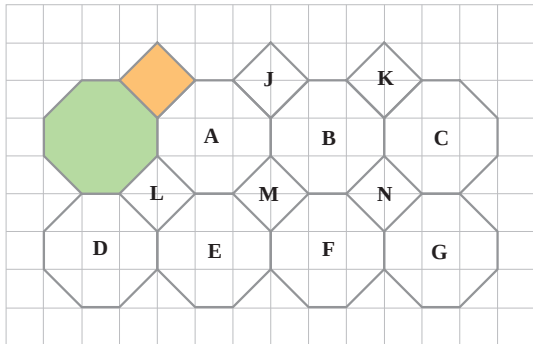
$A \longrightarrow B \longrightarrow C$



۳- به کمک کاغذ پوستی شکل‌های مساوی را پیدا کنید و تساوی شکل‌ها را به زبان ریاضی بنویسید.



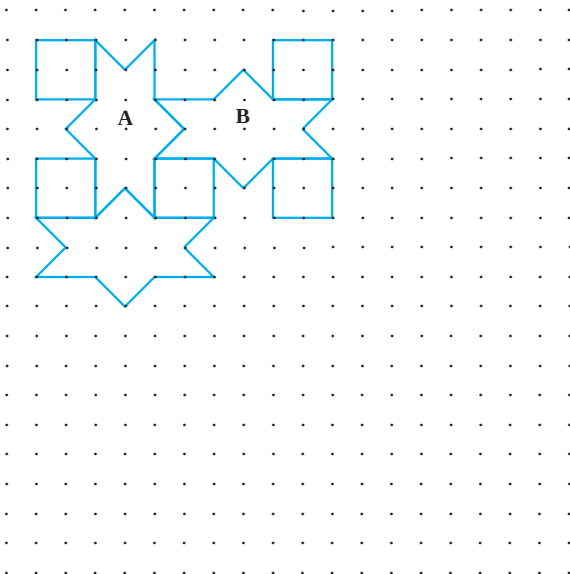
۴- با انجام تبدیلات متوالی روی یک هشت‌ضلعی و مربع، قسمتی از صفحه را پر کرده‌ایم. به چند طریق می‌توان تنها با یک تبدیل، هشت‌ضلعی رنگی را بر شکل C منطبق کرد؟



۵- شکل زیر قسمتی از کاشی‌کاری یک بنای قدیمی را نشان می‌دهد.

الف) چگونه می‌توان با دو تبدیل متوالی A را بر شکل B منطبق کرد؟

ب) با ادامه الگوی ایجادشده، صفحه را پر کنید.



## مرور فصل ۴

### مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- تبدیل‌های هندسی
- شکل‌های هم‌نهشت
- اجزای متناظر

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

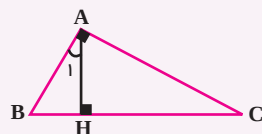
- نام‌گذاری پاره‌خط، نیم‌خط و خط
- نام‌گذاری زاویه
- نوشتن رابطه بین پاره‌خط‌ها
- نوشتن رابطه بین زاویه‌ها
- نتیجه‌گیری از چند تساوی درست
- دلیل تساوی دو زاویه متقابل به رأس
- انتقال یک شکل
- پیدا کردن قرینه یک شکل
- پیدا کردن دوران یافته یک شکل
- نوشتن تساوی اجزای متناظر دو شکل

### کاربرد

کاربرد این درس را در فصل هفتم (بردار) خواهید دید؛ ضمن این که در کشیدن شکل‌های هندسی، گرافیک رایانه‌ای، طراحی و ... نیز کاربرد دارد.

### تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.



۱- چرا  $\hat{C} = \hat{A}_1$  است؟

۲- قرینه شکل مقابل را نسبت به پاره‌خط BC پیدا کنید.

دوران یافته شکل جدید را نسبت به نقطه C با دوران  $90^\circ$  در جهت حرکت عقربه‌های ساعت پیدا کنید. اجزای متناظر شکل اول و آخر را با علامت‌گذاری مشخص کنید.





# فصل ۵

## شمارنده‌ها و اعداد اول



- عدد اول
- شمارنده اول
- بزرگ‌ترین شمارنده مشترک
- کوچک‌ترین مضرب مشترک

دسته‌بندی کردن، به‌ویژه ساختن دسته‌های مساوی و قابلیت تقسیم، از مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره‌اند. وقتی سربازها در دسته‌های منظم‌شده رژه قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف‌ها و ستون‌ها قابل قسمت باشد.



۱- دانش‌آموزان یک مدرسه در کلاس‌های ورزشی ثبت‌نام کرده‌اند. تعداد ثبت‌نام‌شده‌ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت‌نام‌شده‌ها مناسب (قابل تقسیم به تعدادی تیم) است؟ چرا؟  
در کدام رشته تعداد ثبت‌نام‌شده‌ها مناسب نیست؟ چرا؟

| رشته ورزشی           | فوتسال | والیبال | بسکتبال | بینگ پنگ | بدمینتون |
|----------------------|--------|---------|---------|----------|----------|
| تعداد ثبت‌نام‌شده‌ها | ۲۱     | ۱۲      | ۱۳      | ۹        | ۷        |
| تعداد نفرات هر تیم   | ۵      | ۶       | ۵       | ۲        | ۲        |

با کمترین جابه‌جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته‌ها مناسب شود.

۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

یعنی دو دسته ۳ تایی  $3 \times 2 = 6$

$6 =$

$6 =$

$6 =$

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنا کنید (تقسیم‌ها نباید باقی‌مانده بیاورند).

$10 \div 2 = 5$

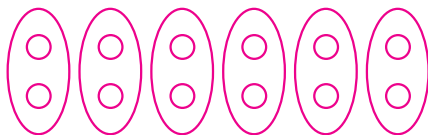
یعنی ۱۰ را می‌توان ۲ تا ۲ تا شمرد.

$10 \div$

$10 \div$

$10 \div$

۴- مانند نمونه ۱۲ دایره را به دسته‌های مساوی تقسیم کنید؛ یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می‌شود شمرد. به این ترتیب



شمارنده‌های عدد ۱۲ به دست می‌آید.

شمارنده‌های ۱۲: ۱, ۲, \_\_\_\_\_

۱- با یکی از روش‌های بالا شمارنده‌های هر عدد را مشخص کنید.

شمارنده‌های ۱۴:

شمارنده‌های ۱۵:

شمارنده‌های ۹:

شمارنده‌های ۸:

۲- عدد ۲، شمارنده ۴ است. ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می‌توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟

۳- به طور کلی اگر a شمارنده b باشد، b هم شمارنده c باشد، آیا می‌توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم هست؟ چرا؟

۱- جدول زیر را کامل کنید. شمارنده‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

| عدد | شمارنده‌های عدد |  |  |  |
|-----|-----------------|--|--|--|
| ۹   |                 |  |  |  |
| ۱۵  |                 |  |  |  |
| ۴   |                 |  |  |  |
| ۱۴  |                 |  |  |  |
| ۵   |                 |  |  |  |
| ۱۳  |                 |  |  |  |

عدد \_\_\_\_\_ شمارنده همه اعداد است.

کوچک‌ترین شمارنده هر عدد \_\_\_\_\_ است.

بزرگ‌ترین شمارنده هر عدد \_\_\_\_\_ است.

همه شمارنده‌های یک عدد \_\_\_\_\_ آن عدد هستند.

بعضی از عددها فقط \_\_\_\_\_

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل \_\_\_\_\_ دارد.

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کنید و شمارنده‌های آن را بیابید.



به عددهای طبیعی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده، عدد یک و خود

آن عدد است، **عدد اول** می‌گویند.

۱- مانند نمونه، عددها را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام عددها را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵ که در دبستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از عددهای طبیعی

کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک نشان دهید.

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ۱  | ۲  | ۳  | ۴  | ۵  | ۶  | ۷  | ۸  | ۹  | ۱۰ |
| ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ | ۱۴ | ۱۵ | ۱۶ | ۱۷ | ۱۸ | ۱۹ | ۲۰ |
| ۲۱ | ۲۲ | ۲۳ | ۲۴ | ۲۵ | ۲۶ | ۲۷ | ۲۸ | ۲۹ | ۳۰ |

۱- آیا عدد ۱۷ شمارندهٔ ۲۴۷ است؟ چرا؟

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می توان گفت که ۳ شمارندهٔ آن است؟

۳- چهار عدد بنویسید که ۵ شمارندهٔ آنها باشد.

۳۶۰ ، ۵۵۵ ، ۹۲۴ ، ۳۴۵

۴- کدام یک از عددهای روبه رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟

۵- تمام شمارنده های عددهای زیر را بنویسید.

۲۴

۱۸

۲۰

۳۰

۴۰

۵۰

۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرست بودن هر جمله را بنویسید.

\* عدد ۲۹ اول است. \* هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد.

\* تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارندهٔ آنها می شود.

\* اگر عددی غیر از خودش و یک، شمارندهٔ دیگری داشت، حتماً اول نیست.

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد.

دانش آموزان این کلاس را در چند حالت می توان به گروه هایی با تعداد مساوی که تعداد

نفرا ت هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟

۸- وقتی می نویسیم  $3 \times 6 = 18$  آیا می توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده های ۱۸ هستند؟ چرا؟

آیا می توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده های یک عدد، زوج است؟

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟

۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

\* مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی \_\_\_\_\_ است.

\* مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی \_\_\_\_\_ است.

\* مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی \_\_\_\_\_ است.

پس از تکمیل کردن جمله های فوق (می توانید با حدس و آزمایش جمله ها را کامل کنید) به سؤال زیر پاسخ دهید.

\* آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول است؟



۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

شمارنده‌های ۱۲ :

شمارنده‌های ۳۵ :

شمارنده‌های ۱۴ :

شمارنده‌های ۹ :

در هر قسمت، زیر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددهایی هستند؟ شمارنده اول عدد ۹ چه عددی است؟

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد برسید.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت (تجزیه کرد):

$$۳۰ = ۲ \times ۳ \times ۵$$

$$۴۵ =$$

$$۸۰ =$$

$$۲۱۰ =$$

$$۲۰ =$$

$$۲۰۰ =$$

شمارنده‌های اول، عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را به دست آورد:

$$\text{مانند: } ۱۲ = ۳ \times ۲ \times ۲$$

به نظر شما عدد ۷ چند شمارنده اول دارد؟ چرا؟

با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$۲ \times ۳ = ۶$$

$$۲ \times ۲ \times ۳ = ۱۲$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

$$=$$

ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

۱- شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده‌ی اول بنویسید.

۱۰۰

۳۶

۸

۱۰۰ =

۳۶ =

۸ =

۲- با راهبرد الگوسازی می‌توان تمام شمارنده‌های یک عدد را پیدا کرد. در زیر تمام شمارنده‌های عدد ۱۲ با توجه به تجزیه‌ی آن پیدا شده است. به همین روش تمام شمارنده‌های عدد ۱۰۰ را پیدا کنید.

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$۱۰۰ = ۲ \times ۲ \times ۵ \times ۵$$

۱ : هیچ شمارنده‌ی اولی استفاده نشود.

۳ و ۲ : یک شمارنده‌ی اول استفاده شود.

۶ و ۴ : دو شمارنده‌ی اول استفاده شود.  $۱ \times ۲ \times ۳ = ۶$  و  $۱ \times ۲ \times ۲ = ۴$

۱۲ : سه شمارنده‌ی اول استفاده شود.  $۱ \times ۲ \times ۲ \times ۳ = ۱۲$

شمارنده‌های ۱۲ : ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

۱- در دوره‌ی دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{۴}{۶} = \frac{\cancel{۲} \times ۲}{\cancel{۲} \times ۳} = \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۱۸}{۲۷} = \frac{\cancel{۹} \times ۲}{\cancel{۹} \times ۳} = \frac{۲}{۳}$$

با تجزیه کردن (نوشتن عدد به صورت ضرب عامل‌های اول) عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و مخرج را ساده کنید.

$$\frac{۲۰}{۵۰} =$$

$$\frac{۲۸}{۴۲} =$$

$$\frac{۸۱}{۳۲} =$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی‌اند، ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض مستطیل می‌تواند داشته باشد، بنویسید.

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارد؟

۱- شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده می‌شود؟

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر  $\frac{3}{5}$  شود.

۳- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین  $3^\circ$  و  $5^\circ$  باشد؟

۴- عدد  $a$  پس از تجزیه به صورت مقابل درآمده است:  $a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی‌اند؟ ۴ شمارنده این عدد را بنویسید که اول نباشد.

۵- عدد  $b$  پس از تجزیه به صورت مقابل درآمده است:  $b = 4 \times 3 \times 15 \times 6$

شمارنده‌های اول آن چه عددهایی‌اند؟

۶- عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کنید و شمارنده‌های اول آنها را مشخص کنید.

۱۸۰

۱۰۴

۲۹۷

۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول‌اند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید و براساس آن، تعریف دیگری برای عددهای اول ارائه کنید.

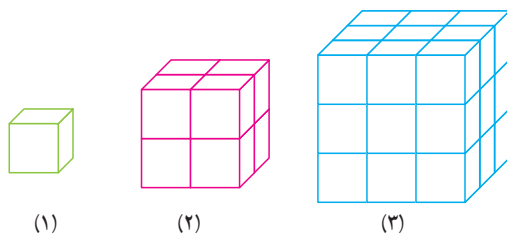
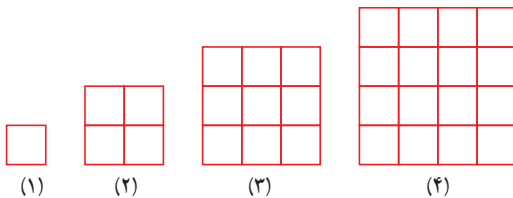
۸- جملات درست را با ✓ و نادرست را با ✗ مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

الف) تمام عددها شمارنده اول دارند.

ب) اگر عددی زوج باشد، یکی از شمارنده‌های اولش ۲ است.

ج) هیچ عددی پیدا نمی‌شود که ۵ شمارنده اول داشته باشد.

۹- الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله  $n$ ام هر کدام را بنویسید.





۱- قرار است دانش‌آموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو چادر بزنند. تعداد افراد چادرها باید مساوی باشد. کلاس اول الف ۳۰ دانش‌آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چندنفره می‌توان استفاده کرد؟ چرا؟

کلاس اول ب، ۳۶ دانش‌آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می‌توان بر پا کرد؟ چرا؟

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چندنفره مناسب است؟ چرا؟

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش‌آموزان یک چادر، بیشترین تعداد باشد تا چادر کمتری تهیه شود، چادر چندنفره مناسب است؟

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک دو عدد را پیدا کنیم. امید از روش زیر استفاده کرد:

= شمارنده‌های مشترک دو عدد : تمام شمارنده‌های ۱۸

= بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک دو عدد : تمام شمارنده‌های ۲۴

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت.

$$۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$۲۴ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک مشخص شود.

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند؛ بنابراین بزرگ‌ترین شمارندهٔ مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را **م.م.ب** می‌نویسند. م.م.د دو عدد a و b را به صورت (a و b) نشان می‌دهند؛ مانند:

$$(۱۸ \text{ و } ۲۴) = ۶$$

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

۱- با نوشتن تمام شمارنده‌های دو عدد، ب.م.م آنها را پیدا کنید.

$$(۱۲ \text{ و } ۱۴) =$$

$$(۲۰ \text{ و } ۳۰) =$$

۲- با تجزیه عددها به شمارنده‌های اول، ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

$$(۳۶ \text{ و } ۴۸) =$$

$$(۳۰ \text{ و } ۴۲) =$$



۱- می‌خواهیم یک قاب مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های

مربعی پر کنیم. ضلع این کاشی‌های مربعی چه عددهایی می‌تواند باشد؟ چرا؟

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف‌شده کمترین تعداد باشد (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟

چرا؟

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف‌شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی مناسب

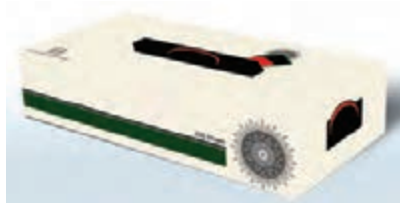
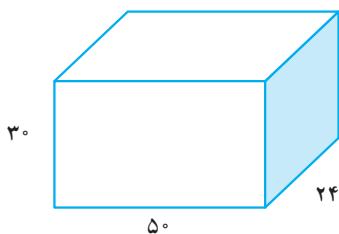
است؟ چرا؟

۲- یک جعبه‌دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین

کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟

در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه‌دستمال دارد؟ با توجه به این ارتباط، شکل زیر را کامل کنید تا مشخص شود

چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟



عددهای زیر تجزیه شده اند، ب.م.م های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28 \text{ و } 12) =$$

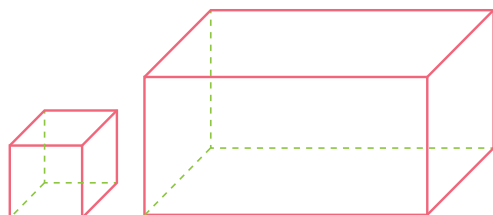
$$(28 \text{ و } 36) =$$

$$(12 \text{ و } 36) =$$

$$(12 \text{ و } 36 \text{ و } 28) =$$



۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می شود، دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ ترین پیمانه کدام است؟



۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی متر را با مکعب های مساوی پر کرده ایم. بزرگ ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا می شود؟

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

$$(a \text{ و } b) = 1$$

اگر دو عدد  $a$  و  $b$  اول باشند، ب.م.م آنها عدد یک می شود.

اگر عددی بر عدد دیگری بخش پذیر باشد، عدد کوچک تر ب.م.م دو عدد است.

کوچک ترین مقسوم علیه مشترک (یا شمارنده مشترک) هر دو عدد ۱ است.

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید، سپس کسرها را ساده کنید.

$$\frac{96}{144} =$$

$$\frac{35}{245} =$$

۵- ب.م.م عددهای زیر را محاسبه کنید.

$$(91 \text{ و } 117) =$$

$$(216 \text{ و } 108) =$$

$$(121 \text{ و } 55) =$$

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(n \text{ و } n) = n *$$

\* ب.م.م دو عدد  $a$  و  $b$  شمارنده دو عدد  $a$  و  $b$  است.

\* اگر عدد  $a$  اول باشد، ب.م.م  $a$  و عدد دیگر مثل  $b$  یا یک می شود یا خود  $a$ .

## کوچک ترین مضرب مشترک

فعالیت

۱- مضرب های صحیح یک عدد از ضرب آن در عددهای صحیح به دست می آید. مضرب های صحیح ۳ را کامل کنید.

... و — و — و — و — و  $3 \times 1$  و  $3 \times 0$  و  $3 \times (-1)$  و — و — و — و — و ...

... و — و — و — و — و  $3$  و  $0$  و  $-3$  و — و — و — و — و ...

۲- مضرب های طبیعی یک عدد از ضرب آن در عددهای طبیعی به دست می آید.

**مضرب های طبیعی را به اختصار مضرب می گویم.** مضرب های عددهای زیر را بنویسید.

... و — و — و — و — و  $6$  و  $4$  و  $2$ : مضرب های ۲

مضرب های ۷:

مضرب های ۵:

در این نحوه نوشتن علامت ... به چه معناست؟

کار در کلاس

۱- به سؤال های زیر پاسخ دهید:

اولین مضرب ۷:

سومین مضرب ۶:

دهمین مضرب ۹:

۸۰ چندمین مضرب ۸ است؟

۲۴ چندمین مضرب ۶ است؟

۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟

۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟

۲- آیا تعداد شمارنده های یک عدد، محدود است؟

تعداد مضرب های یک عدد چطور؟

فعالیت

در یک بازی رایانه ای مهره A، شش تا شش تا و مهره B، چهار تا چهار تا حرکت می کند. در شروع بازی هر دو مهره روی عدد

صفرند. در کدام عدد این دو مهره دوباره کنار هم قرار می گیرند؟

A  
B



A مضارب:

مضارب مشترک:

B مضارب:

کوچک ترین مضرب مشترک:

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد، اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد  $a$  و  $b$  را به‌طور اختصار **م.م.ک** می‌گویند و به صورت  $[a \text{ و } b]$  نمایش می‌دهند.

$$[۴ \text{ و } ۶] = ۱۲$$

به‌عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

مضارب ۱۸ :

مضارب ۱۲ :

مضارب مشترک ۱۸ و ۱۲ :  $[۱۲ \text{ و } ۱۸] =$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به‌صورت تجزیه‌شده، نوشته شده‌اند.

$$۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$[۱۲ \text{ و } ۱۸] =$$

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شمارنده‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید. می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

$$A = ۲ \times ۳ \times ۵ \times ۵$$

$$B = ۲ \times ۵ \times ۳ \times ۳$$

$$[A \text{ و } B] = ۲ \times ۳ \times ۵ \times ۳ \times ۵$$

۱- تساوی  $۶ \times ۴ = ۲۴$  را به‌صورت‌های مختلف می‌توان معنا کرد؛ جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شمارنده \_\_\_\_\_ است. ششمین مضرب \_\_\_\_\_ عدد ۲۴ است.

۶ شمارنده \_\_\_\_\_ است. چهارمین مضرب \_\_\_\_\_ عدد \_\_\_\_\_ است.

عددهای \_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_ شمارنده‌های \_\_\_\_\_ هستند. عدد \_\_\_\_\_ بر \_\_\_\_\_ و \_\_\_\_\_ قابل قسمت است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است؛ یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا می‌کنیم

که به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه، حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها به‌دست آورید.

$$\frac{۵}{۶} + \frac{۴}{۹} = \frac{\quad}{۱۸}$$

$$[۹ \text{ و } ۶] = ۱۸$$

$$\frac{۷}{۱۵} + \frac{۹}{۲۰} =$$

$$[۱۵ \text{ و } ۲۰] =$$

$$\frac{۱۵}{۱۲} - \frac{۷}{۱۸} =$$

$$[۱۲ \text{ و } ۱۸] =$$



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از پایانه مسافربری حرکت می کند. اتوبوس های خط B هر ۳۰ دقیقه از پایانه حرکت می کنند. ساعت ۱۲ ظهر دو اتوبوس در خط های A و B همزمان حرکت کرده اند. در چه ساعتی به طور همزمان اتوبوس ها از این دو خط حرکت می کنند؟



۲- یک پیست دوومیدانی کوچک در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۳۵ ثانیه یک دور کامل، میدان دو را طی کند و فرامرز هر ۲۱ ثانیه یک دور کامل طی کند، پس از چند ثانیه فرامرز و امید با هم به همان نقطه شروع می رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده اند؟

۳- آیا ۲۱۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟

آیا ۴۲۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟

دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟

۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

\* اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشد، عدد بزرگ تر ک.م.م دو عدد است.

\* اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد، برابر حاصل ضرب دو عدد است.

\* ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست.

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بنویس.

\*  $n = [۱ و n]$

\*  $n = [n و n]$

\* ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است.

\* حاصل ضرب دو عدد، برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

۶- به صورت ذهنی تساوی ها را کامل کنید.

$$[۱۲ و ۴] = (۳ و ۱۵) = (۵ و ۷) = (۲۰ و ۳۰) =$$

$$(۴ و ۹) = [۳۰ و ۱۵] = (۳۸ و ۱۹) = [۳۰ و ۵۰] =$$

$$[۴ و ۶] = (۳ و ۷ و ۲) = [۷ و ۲ و ۳] = [۴ و ۹] =$$

## مرور فصل ۵

### مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

● عدد اول    ● شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد    ● شمارنده اول    ● مضرب    ● ب.م.م    ● ک.م.م

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- نوشتن شمارنده‌های یک عدد
- پیدا کردن شمارنده اول یک عدد
- ساختن عددهای مختلف با شمارنده‌های اول
- پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد
- تجزیه عدد به شمارنده‌های اول
- پیدا کردن ب.م.م دو عدد
- نوشتن مضرب‌های یک عدد
- پیدا کردن ک.م.م دو عدد
- رابطه بین مضرب و شمارنده

### کاربرد

از مفاهیم ب.م.م و ک.م.م در محاسبات کسری (ساده کردن و مخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. درک شمارنده‌های اول یک عدد، زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

### تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی  $3 \times 4 = 12$  معانی مختلف آن را بیان کنید.

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس ب.م.م و ک.م.م آنها را به دست آورید.

$$۷۲ = \quad \quad \quad ۶۰ =$$

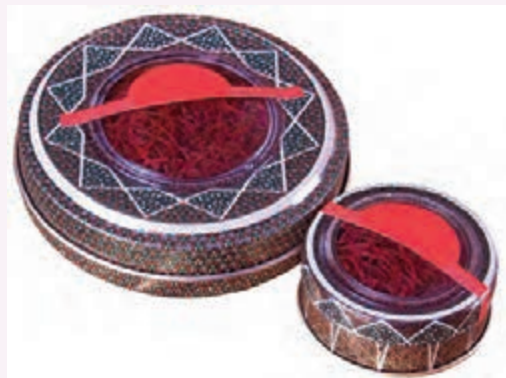
۳- عددهای اول بین  $۵۰$  تا  $۸۰$  را بنویسید.

۴- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ دو عدد بنویسید که ب.م.م آنها ۶ و ک.م.م آنها ۳۶ باشد.



سطح و حجم

# فصل ۶



- حجم های هندسی
- محاسبه حجم های منشوری
- مساحت جانبی و کل
- حجم و سطح

اهمیت بسته بندی محصولات غذایی کمتر از اهمیت تولید آنها نیست. برای مثال در بسته بندی شیرینی و شکلات، کیفیت و ظاهر بسته بندی در فروش آن تأثیر زیادی دارد. یکی از موضوعات مهم در این بسته بندی ها رابطه بین سطح و حجمی است که با آن سطح ساخته می شود.

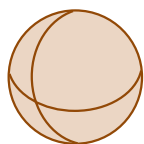


- ۱- به اطراف خود (کلاس، خانه، خیابان و...) به دقت نگاه کنید.  
آیا چیزی پیدا می‌کنید که حجم نداشته باشد؟  
در تصویر مقابل، چه نوع حجم‌هایی را می‌بینید؟  
آیا همه آنها شکل هندسی دارند؟  
آیا می‌توانید یک طبقه‌بندی از انواع حجم‌ها ارائه کنید؟

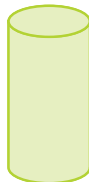
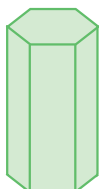
حجم‌ها را می‌توان به دو دسته هندسی و غیرهندسی تقسیم کرد. حجم‌های هندسی شکل‌های مشخص و تعریف‌شده دارند. حجم‌های هندسی را می‌توان به سه دسته اصلی تقسیم کرد: **منشوری** - **کروی** - **هرمی**. برخی از حجم‌های هندسی نیز ترکیبی از این سه نوع هستند.

- ۱- در تصویر فعالیت بالا حجم‌های هندسی را با ✓ و غیرهندسی را با ✗ مشخص کنید.  
نوع حجم‌های هندسی را تعیین کنید.  
در حجم‌های ترکیبی نیز مشخص کنید که از چه نوع حجم‌هایی ساخته شده‌اند.

- ۲- با توجه به شکل‌های زیر، خصوصیت‌های سه نوع حجم هندسی زیر را بنویسید.



حجم‌های کروی



حجم‌های منشوری



حجم‌های هرمی

حجم‌های منشوری:

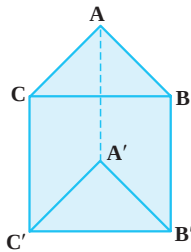
حجم‌های هرمی:

حجم‌های کروی:

حجم‌های منشوری، بین دو صفحه موازی قرار می‌گیرند.

به این دو سطح موازی که سطح منشوری را قطع می‌کنند، **قاعده** و به سطح‌های اطراف آن **وجه‌های جانبی** می‌گویند. به محل برخورد سطح‌ها **پال** و به نقطه برخورد هر سه سطح **رأس** می‌گویند.

۱- مشخص کنید هر یک از منشورهای زیر چند وجه جانبی دارد؛ پال‌ها، رأس‌ها و قاعده‌ها را نام ببرید.



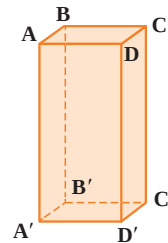
منشور سه پهللو

تعداد وجه‌های جانبی:

رأس‌ها:

پال‌ها:

قاعده‌ها:



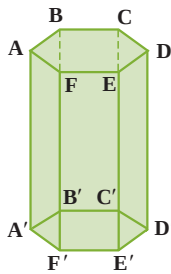
منشور چهار پهللو

تعداد وجه‌های جانبی:

رأس‌ها:

پال‌ها:

قاعده‌ها:



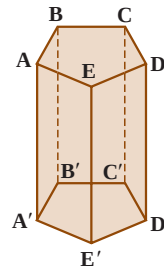
منشور شش پهللو

تعداد وجه‌های جانبی:

رأس‌ها:

پال‌ها:

قاعده‌ها:



منشور پنج پهللو

تعداد وجه‌های جانبی:

رأس‌ها:

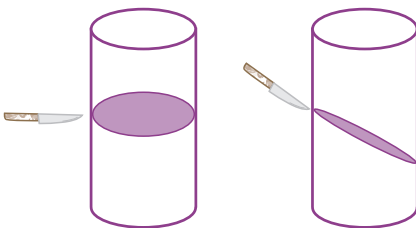
پال‌ها:

قاعده‌ها:

۲- برای اینکه در نام بردن پال و رأس چیزی جا نيفتد، از چه راهبردی استفاده می‌کنید؟

۳- آیا استوانه هم یک حجم منشوری است؟ چرا؟

با خمیر مجسمه‌سازی (یا می‌توانید از یک سیب‌زمینی استفاده کنید) یک استوانه بسازید. با یک قیچی یا چاقو مانند شکل‌های



مقابل، آن را برش بزنید. سطح برش خورده را رنگ کنید و روی یک کاغذ بزنید. اثر آن به چه شکلی است؟

همین فعالیت را می‌توانید با برش‌های دیگر تکرار کنید. همچنین به جای استوانه

می‌توانید منشورهای دیگری را هم امتحان کنید. به این کار **مقطع زدن** می‌گویند.

نرم‌افزارهای زیادی هستند که می‌توانند این فعالیت را شبیه‌سازی کنند. در صورت تمایل از آنها استفاده کنید.

۱- آیا ممکن است مقطع یک کره و یک استوانه، هم شکل باشد؟ در چه صورت؟

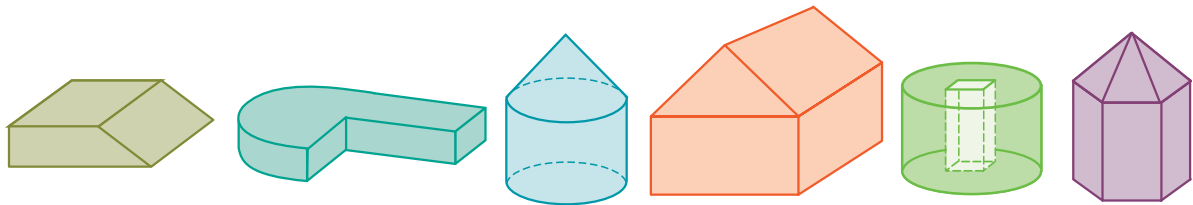
آیا ممکن است مقطع یک منشور و یک هرم هم شکل باشد؟

۲- یک استوانه از دید بالا به چه شکلی دیده می شود؟

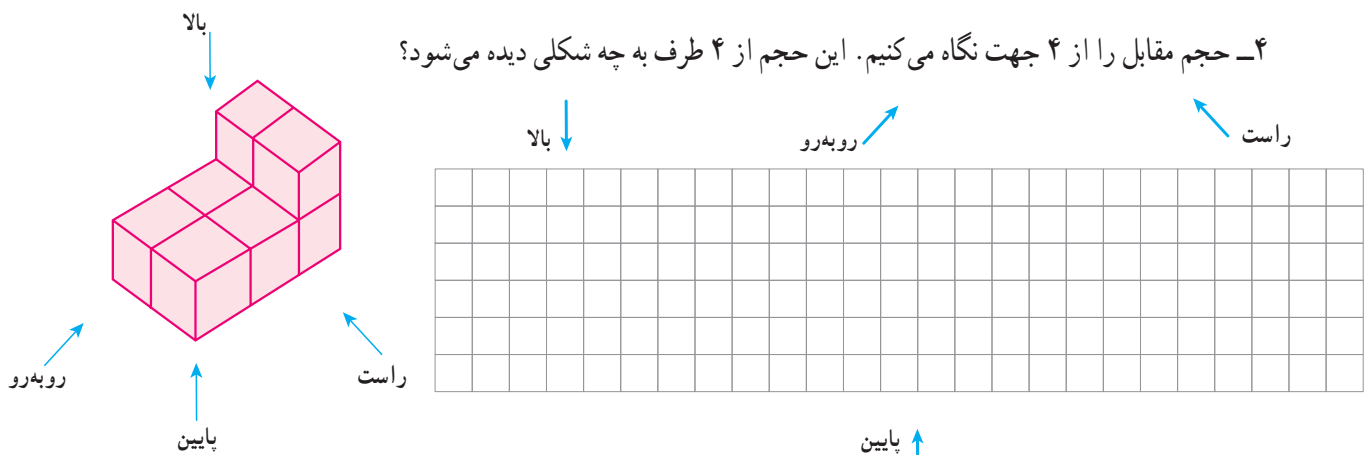
یک منشور شش پهلوی به چه شکلی دیده می شود؟

رأس های منشوری با قاعده شش ضلعی منتظم، روی دایره قاعده استوانه است. این حجم از بالا به چه شکلی دیده می شود؟

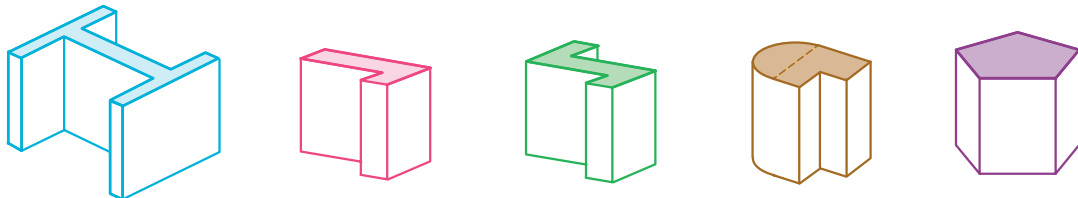
۳- مشخص کنید هر کدام از حجم های زیر، ترکیبی از کدام حجم ها هستند؟



۴- حجم مقابل را از ۴ جهت نگاه می کنیم. این حجم از ۴ طرف به چه شکلی دیده می شود؟



۵- قاعده منشورهای زیر را رسم کنید (در واقع دید از بالا یا همان مقطع منشور است).



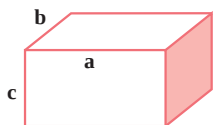
۶- بلورهای معدنی به طور طبیعی شکل می گیرند

ولی دارای حجم هندسی اند. برای نمونه مشخص کنید

۳ بلور روبه رو از چه حجم هایی درست شده اند؟

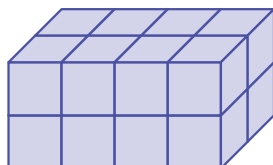


۱- در دوره دبستان آموختید که حجم یک مکعب مستطیل برابر است با حاصل ضرب طول، عرض و ارتفاع. با توجه به درس جبر که در فصل قبل آموختید، حجم مکعب مستطیل را با یک رابطه جبری نشان دهید.



$$V = \text{حجم}$$

۲- قاعده مکعب مستطیل از ۸ مربع به ضلع یک سانتی متر درست شده است.  $(2 \times 4)$



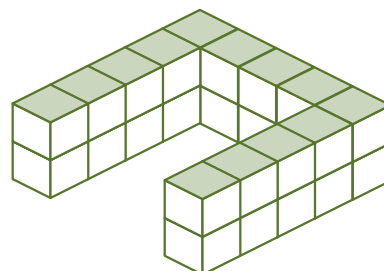
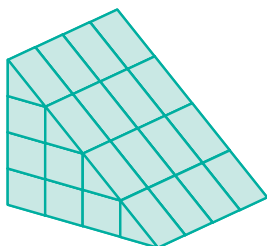
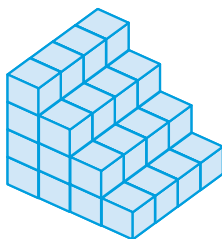
اگر روی این قاعده، مکعب مستطیلی به ارتفاع ۲ سانتی متر درست کنیم،

حجم آن چقدر می شود؟

اگر قاعده مکعب مستطیل  $3 \times 4$  باشد، با همان ارتفاع چه حجمی درست می شود؟

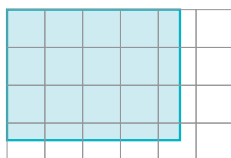
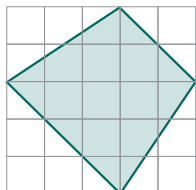
۳- همچنین آموختید که واحد حجم مکعبی به ضلع یک سانتی متر یا یک متر، یک **سانتی متر مکعب** یا یک **مترمکعب** است.

مشخص کنید که هر کدام از حجم های زیر از چند مکعب واحد درست شده اند.



۴- اکنون هر کدام از شکل های زیر را به مربع هایی به ضلع یک سانتی متر تقسیم کنید تا مشخص شود قاعده هر کدام چند مربع به

ضلع یک سانتی متر است (می توانید از عدد های کسری هم استفاده کنید).



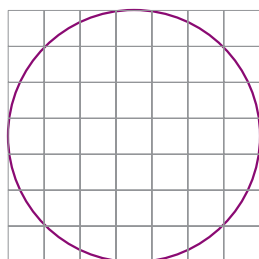
اگر روی این قاعده ها منشوری به ارتفاع ۳ سانتی متر درست کنیم، حجم هر کدام چقدر می شود؟

اگر به همین ترتیب بتوانیم مساحت قاعده هر منشور را با مربع های واحد سطح تقریب بزنیم، چگونه

می توانیم حجم شکل های منشوری را به دست آوریم؟

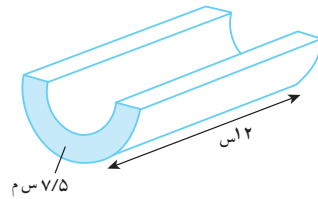
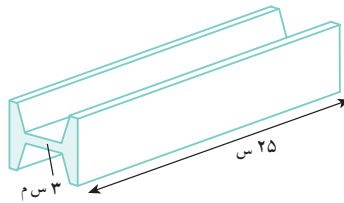
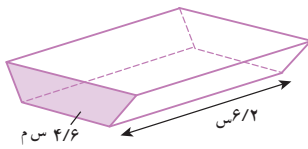
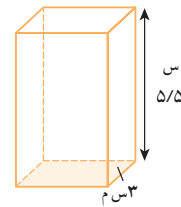
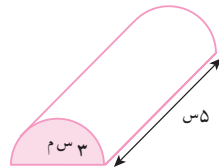
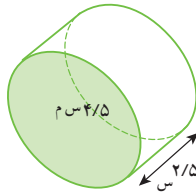
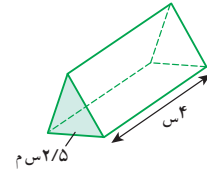
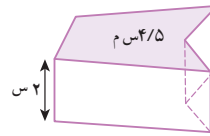
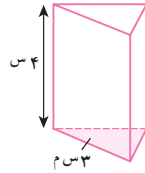
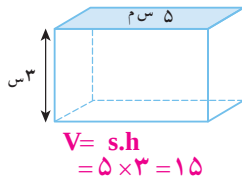
برای مثال قاعده یک استوانه را که به شکل دایره است، با مربع های واحد تقریب بزنید و حجم

استوانه ای به ارتفاع ۳ سانتی متر را به طور تقریبی به دست آورید.

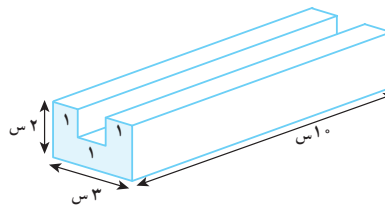
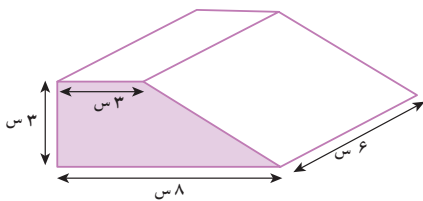
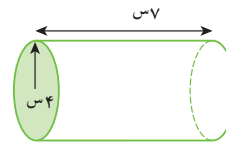
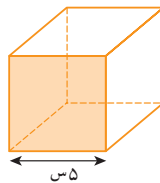
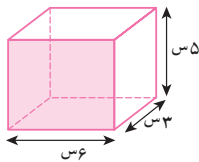


۱- با توجه به فعالیت صفحه قبل، رابطه جبری به دست آوردن حجم های منشوری ( $V$ ) را که در آن، مساحت قاعده منشور،  $S$  و ارتفاع منشور،  $h$  است، بنویسید.

۲- با توجه به رابطه بالا و مساحت قاعده داده شده، حجم هر شکل را محاسبه کنید.



۳- ابتدا مساحت قاعده و سپس حجم هر یک از اجسام زیر را حساب کنید. برای به دست آوردن مساحت و حجم هر شکل



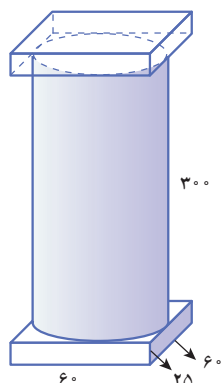
رابطه های جبری را بنویسید.



۴- منبع آبی به شکل استوانه است. شعاع قاعده این منبع ۸/۰ متر و ارتفاعش ۲ متر است.

منبع موصوف، چند متر مکعب آب می گیرد؟

۵- یک جعبه دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن که به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰ و ۳۰ و ۲۴ سانتی متر است، جا می‌گیرد؟



۱- حجم ستون شکل مقابل را به صورت تقریبی پیدا کنید.

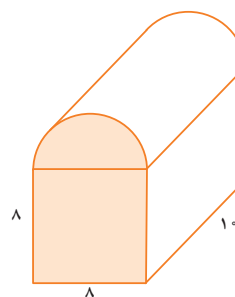
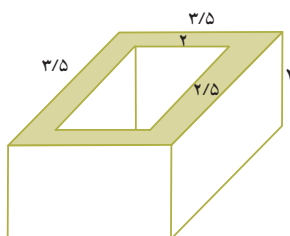
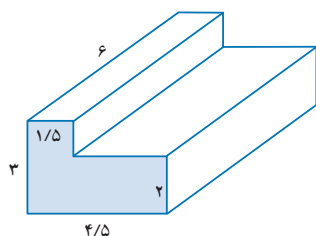
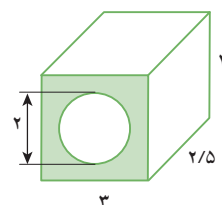
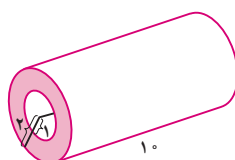
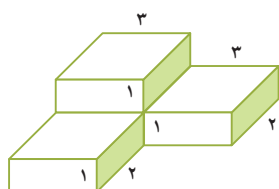
(کل شکل را مکعب مستطیل و یا استوانه در نظر بگیرید.)

حالا کمی دقیق‌تر محاسبه کنید و آن را به سه قسمت تقسیم کنید و حجم سه تکه را جداگانه حساب کنید

و مجموع را به دست آورید (شعاع قاعده استوانه چند است؟).

تفاوت دو جواب را به دست آورید.

۲- حجم اشکال زیر را به دست آورید.



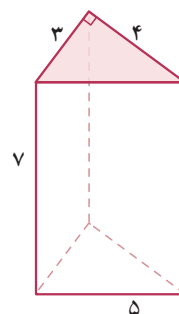
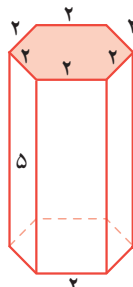
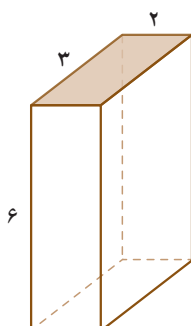
۳- چاهی به عمق ۱۲ متر حفر کرده‌ایم. شعاع دهانه این چاه ۴/۰ متر است. وقتی خاک، کنده و بیرون ریخته می‌شود، حجم آن ۱/۳ برابر می‌شود. اگر خاک این چاه بعد از بیرون آمدن در سطحی به ابعاد ۴ و ۵ متر به طور یکنواخت ریخته شود تا یک مکعب مستطیل به وجود آید، ارتفاع این مکعب مستطیل چقدر خواهد شد؟

۴- حوضی به شکل مکعب مستطیل داریم که ابعاد آن ۴ و ۳ و ۱/۵ متر است. می‌خواهیم این حوض خالی را با شیر آبی که در هر دقیقه ۶۰ لیتر آب وارد آن می‌کند، پر کنیم. چند ساعت طول می‌کشد تا حوض پر شود؟

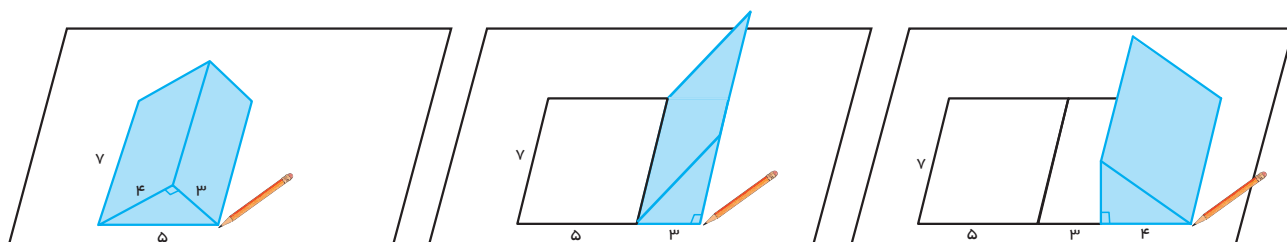
۵- یک پارچ به شکل استوانه داریم که ارتفاع آن ۳۰ سانتی متر و شعاع قاعده آن ۸ سانتی متر است. آب داخل این پارچ را در لیوان‌هایی به شکل استوانه که ارتفاع آنها ۱۰ سانتی متر و شعاع قاعده‌شان ۴ سانتی متر است، می‌ریزیم. آب پارچ، چند لیوان را پر می‌کند؟

۶- قاعده یک منشور سه‌پهلوی، مثلث قائم‌الزاویه‌ای است که ضلع‌های قائمه آن ۳ و ۴ سانتی متر طول دارند. ارتفاع این منشور ۶ سانتی متر است. حجم این منشور را پیدا کنید.

۱- مساحت همه وجه‌های جانبی منشورهای زیر را به دست آورید. هر وجه جانبی چه شکلی دارد؟ به مجموع این مساحت‌ها مساحت جانبی شکل می‌گویند.



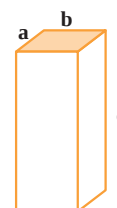
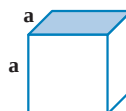
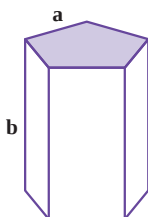
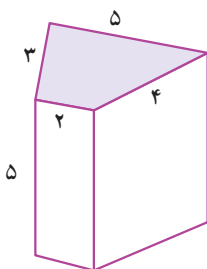
۲- برای به دست آوردن مجموع مساحت جانبی منشور سه‌پهلوی بالا به صورت زیر، آن را روی کاغذ قرار می‌دهیم و به اندازه طول هر ضلع، یک علامت می‌گذاریم.



با توجه به شکل‌های بالا چگونه می‌توانستیم به ساده‌ترین روش، مساحت جانبی را به دست آوریم؟

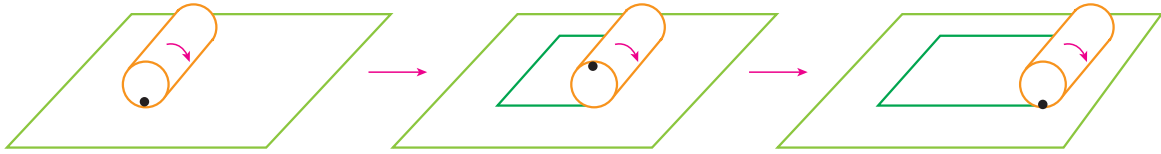
۳- با توجه به ۲ سؤال بالا اگر مساحت را با  $S$ ، محیط را با  $P$  و ارتفاع را با  $h$  نشان دهیم، رابطه جبری مساحت جانبی منشورهای بالا را بنویسید.

۱- مساحت جانبی شکل‌های زیر را پیدا کنید.



۲- ستونی به شکل منشور شش‌پهلوی داریم که هر ضلع آن  $\frac{1}{2}$  متر و ارتفاع آن ۵ متر است. می‌خواهیم بدنه جانبی این ستون را کاشی کاری کنیم. چند متر مربع کاشی لازم است؟

۱- یک استوانه را به شکل زیر، روی یک صفحه می‌غلطانیم و سطحی که استوانه در مسیر حرکتش پوشانده را مشخص می‌کنیم.



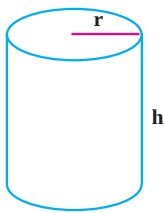
با این کار چه شکلی به دست می‌آید؟

طول و عرض آن چگونه مشخص می‌شود؟

مساحت این شکل را چگونه باید محاسبه کنیم؟

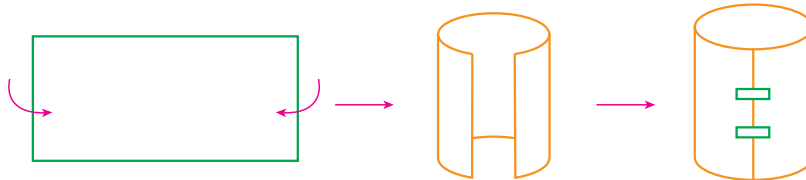
۲- با توجه به سؤالات بالا مساحت جانبی یک استوانه به ارتفاع  $h$  و شعاع قاعده  $r$  را با عبارت جبری نشان

دهید.



$$S = \underline{\hspace{2cm}}$$

۱- با توجه به فعالیت بالا با یک مستطیل می‌توان یک سطح استوانه‌ای درست کرد.

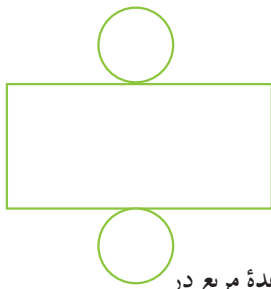


این سطح استوانه‌ای را روی کاغذ بگذارید و دور آن خط بکشید. این دایره، قاعده استوانه است. هر استوانه دو قاعده دارد؛

پس دو دایره و یک مستطیل **مساحت کل** استوانه را تشکیل می‌دهند.

**شکل مقابل را گسترده استوانه می‌گویند.**

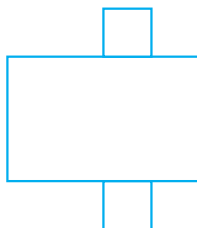
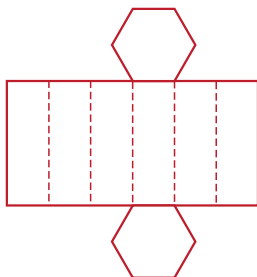
چه رابطه‌ای بین دایره و مستطیل در این گسترده وجود دارد؟



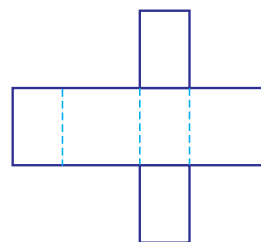
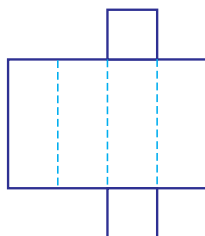
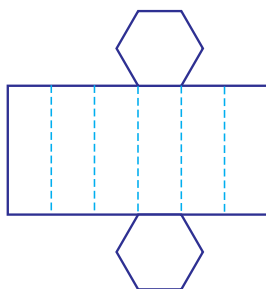
۲- گسترده یک منشور شش پهلوی با قاعده شش ضلعی منتظم و گسترده یک مکعب مستطیل با قاعده مربع در

شکل‌های زیر رسم شده‌اند.

چه رابطه‌ای بین قاعده‌ها و مستطیل‌ها وجود دارد؟



۱- در شکل زیر گسترده چند منشور نشان داده شده است. آنها را روی کاغذ بکشید و منشورها را درست کنید و به کلاس بیاورید.

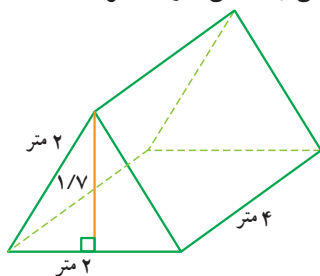


در چه صورت گسترده شکل وسط به یک مکعب تبدیل می شود؟



۲- یک غلتک باید ۴ بار روی زمین آسفالت شده غلت بزند تا سطح آن صاف شود. اگر شعاع غلتک ۵۰ سانتی متر و ارتفاع استوانه آن ۱ متر باشد، برای آسفالت کردن سطح یک کوچه به طول ۲۰ و عرض ۴ متر، این غلتک باید به طور تقریبی چند دور بچرخد؟

۳- یک چرخ ماشین که کاملاً خیس شده است، پس از ۱۰ دور چرخیدن روی زمین جای خود را مشخص می کند و نهایتاً خشک می شود. اگر ضخامت این چرخ ۲۰ سانتی متر و قطر آن ۷۰ سانتی متر باشد، چه مساحتی از زمین را خیس خواهد کرد؟

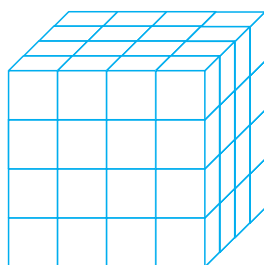


۴- یک چادر مسافرتی به شکل مقابل داریم. چند متر پارچه برای ساخت آن به کار رفته است؟  
حجم این چادر چقدر است؟

۵- شعاع قاعده یک مخزن نفت به شکل استوانه ای ۳ متر و ارتفاعش ۵ متر است. می خواهیم بدنه خارجی و سقف آن را رنگ بزنیم. اگر هزینه رنگ کردن هر متر مربع ۳۰۰ تومان باشد، برای رنگ کردن این مخزن چقدر باید هزینه کرد؟

۶- می خواهیم با مقوا مکعبی به ضلع ۱۰ سانتی متر بسازیم. چند سانتی متر مربع مقوا به کار می رود؟

۷- یک جعبه به شکل مکعب مستطیل به ابعاد ۳۰ و ۵۰ و ۴۰ سانتی متر را با کاغذ کادو پوشانده ایم. برای پوشاندن این جعبه حداقل چند سانتی متر مربع کاغذ کادو مصرف شده؟ چرا در این مسئله حداقل کاغذ لازم خواسته شده است؟



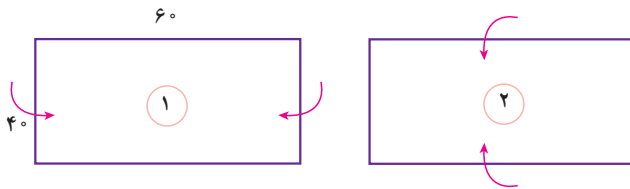
۸- با مکعب های به ضلع ۱ واحد حجم مقابل را ساخته ایم. اگر تمام سطح های این حجم را

رنگ کنیم، چند مکعب رنگ نمی شود؟

چند مکعب رنگ می شود؟

چند مکعب ۲ وجهشان رنگ می شود؟

چند مکعب ۳ وجهشان رنگ می شود؟



۱- یک مستطیل به طول و عرض داده شده را به دو صورت روبه‌رو لوله می‌کنیم تا دو استوانه به دست آید.

در هر حالت حجم استوانه را به دست آورید. مانند نمونه از رابطه‌های جبری کمک بگیرید. برای ساده‌تر شدن محاسبات، عدد  $\pi$  را ۳ در نظر بگیرید. در هر حالت ابتدا شعاع قاعده و ارتفاع استوانه را مشخص کنید.

$$V_1 = h_1 \times S_1 = h_1 \times r_1 \times r_1 \times \pi =$$

$$V_2 = h_2 \times S_2 =$$

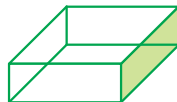
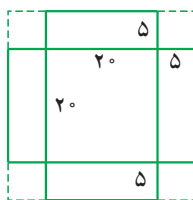
با مقایسه حجم‌ها و با توجه به اینکه هر دو حجم با یک مستطیل ساخته شده است، چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟



۲- یک کارخانه تولید چای دو نوع بسته‌بندی به شکل‌های روبه‌رو دارد. هر دو نوع قوطی با ورق گالوانیزه (روی‌اندود) درست شده‌اند. در کدام یک چای بیشتری جا می‌گیرد؟

در کدام یک ورق گالوانیزه بیشتری برای ساخت قوطی به کار رفته است؟ در محاسبات خود عدد  $\pi$  را ۳ در نظر بگیرید. با توجه به عددهای بالا اگر شما مدیر کارخانه باشید، کدام نوع بسته‌بندی را انتخاب می‌کنید؟ چرا؟ کدام نوع بسته‌بندی برای حمل و نقل، مناسب‌تر است و جای کمتری می‌گیرد؟ چرا؟

برای بسته‌بندی شیرینی، جعبه‌هایی درست می‌کنند که شکل گسترده آنها به صورت زیر است. پس از تا کردن مربع‌های کوچک گوشه‌ها روی هم قرار می‌گیرند و جعبه درست می‌شود.



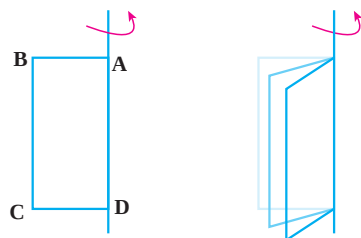
با توجه به اندازه‌های داده شده، حجم (گنجایش) جعبه را پیدا کنید.

اگر اندازه ضلع مربع اولیه همان ۳۰ سانتی‌متر باشد ولی به جای ۵ سانتی‌متر لبه‌ها را ۶ سانتی‌متر در نظر بگیریم، جعبه‌ای که با همین

مقوا ساخته می‌شود، حجم بیشتری خواهد داشت یا کمتر؟

مستطیل ABCD را حول محوری که از AD می‌گذرد، دوران می‌دهیم. شکل زیر نشان می‌دهد که مستطیل‌ها چگونه حرکت

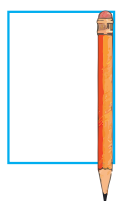
می‌کنند.



شما هم مانند شکل مقابل، کاغذی را روی مدادی بچسبانید و آن را بچرخانید و حرکت مستطیل را تماشا کنید.

با چرخاندن این مستطیل چه حجمی به وجود می‌آید؟

مشخصات آن حجم را بنویسید.

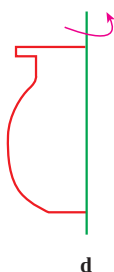


با حرکت یک سطح در فضا، حجم ساخته می‌شود. همین کار را برای شکل‌های دیگر نیز می‌توان انجام داد تا حجم‌های دیگری ساخته شوند. در سال‌های بعد در این مورد بیشتر توضیح داده خواهد شد.

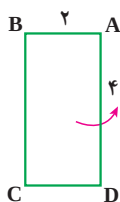
۱- سطحی مثل شکل مقابل را حول محور d دوران می‌دهیم.

حجم ساخته شده، چه شکلی خواهد داشت؟ می‌توانید با چرخاندن یک فرفره، حجم ایجاد شده از حرکت آن را ببینید.

از این خاصیت در خراطی، تراشکاری و سفالگری برای ساختن حجم‌های مختلف استفاده می‌کنند.



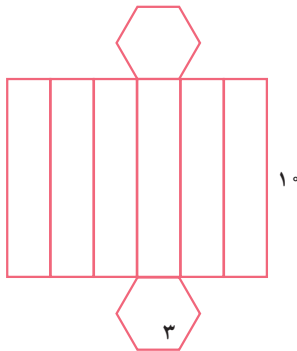
۲- یک مستطیل را یک بار حول محور AD و یک بار حول محور AB دوران دهید. حجم حاصل از این دوران را حساب کنید.



۱- یک مقوا به طول و عرض  $20 \times 5$  را به شکل استوانه‌ای به ارتفاع ۵ در آورده‌ایم. یک مقوای دیگر به ابعاد  $10 \times 10$  را نیز

به شکل استوانه درآورده‌ایم. با توجه به اینکه مساحت مقواها در دو حالت برابر است، کدام استوانه حجم بیشتری دارد؟

۲- با شکل مقابل یک منشور درست کرده‌ایم. مساحت جانبی آن را پیدا کنید.



۳- یک صابون مکعب مستطیل شکل به حجم ۳۲ سانتی متر مکعب پس از چند بار مصرف، کوچک شده و ابعاد آن، به  $2\frac{1}{4}$  و ۴

و  $1\frac{1}{4}$  سانتی متر کاهش یافته است. چند درصد این صابون استفاده شده است؟

۴- یک استوانه که با یک مقوا به طول  $20$  و عرض  $10$  سانتی متر ساخته شده به طور تقریبی چه حجمی دارد؟ (ارتفاع استوانه

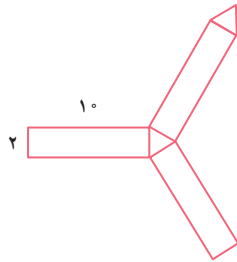
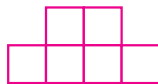
$20$  است.)

۵- یک حجم از بالا و سمت راست و روبه‌رو به صورت زیر دیده می‌شود؛ آن را رسم کنید.

روبه‌رو

راست

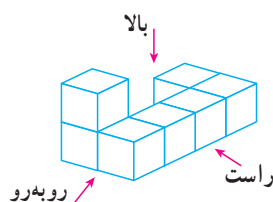
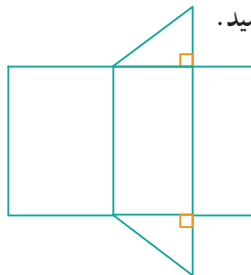
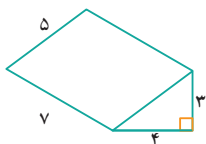
بالا



۶- شکل مقابل، گسترده یک منشور را نشان می‌دهد.

مساحت جانبی منشور را پیدا کنید.

۷- با توجه به حجم منشور و ابعاد آن، اندازه ضلع‌های گسترده آن را بنویسید.



۸- حجم مقابل از راست، بالا و روبه‌رو چگونه دیده می‌شود؟

## مرور فصل ۶

### مفاهیم و مهارت‌ها



در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

- حجم هندسی
- حجم منشوری
- مساحت جانبی
- مساحت کل
- گسترده

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه تهیه کنید.

- انواع حجم‌های هندسی
- قاعده، وجه، یال و رأس حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن حجم‌های منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت کل حجم‌های منشوری
- دوران سطح حول یک محور و ساختن حجم
- مقایسه حجم‌هایی که با یک سطح مشخص درست شده‌اند.
- حجم مخروطی و حجم منشوری
- مقطع زدن یک حجم منشوری
- رابطه پیدا کردن مساحت جانبی حجم‌های هندسی
- ساختن یک حجم به کمک گسترده آن

### کاربرد



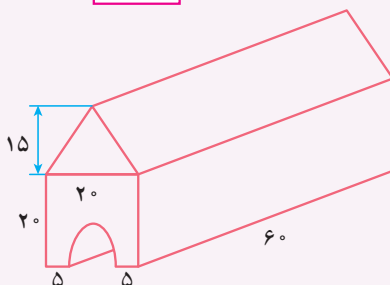
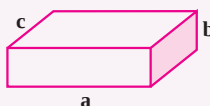
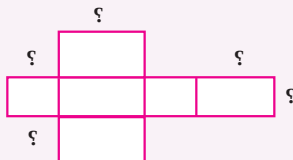
کاربردهای این فصل در زندگی روزمره فراوان است. در دنیایی از اجسام زندگی می‌کنیم و نیاز داریم حجم‌های مختلف را اندازه بگیریم و برای ساختن حجم‌ها نیز از سطح‌ها (کاغذ، مقوا، ورق و ...) استفاده می‌کنیم.

### تمرین‌های ترکیبی

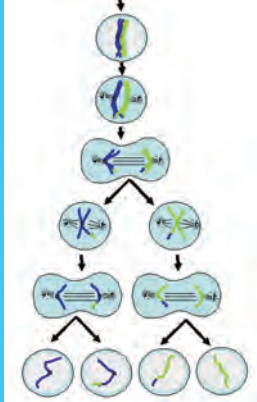


در صورتی که توانستید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن باشید که این فصل را به‌خوبی آموخته‌اید.

- ۱- حجم، مساحت جانبی و مساحت کل شکل‌های زیر را به‌دست آورید.  
استوانه به شعاع قاعده ۲ و ارتفاع ۲ منشور چهارپهلوی با قاعده مربع به ضلع ۲ و ارتفاع ۲۰
- ۲- الف) با توجه به شکل مکعب مستطیل، اندازه ضلع‌های خواسته شده روی گسترده آن را مشخص کنید.



ب) حجم شکل مقابل را به‌دست آورید.



# فصل ۷

توان و جذر

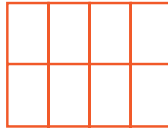
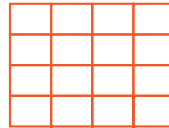


- تعریف توان
- محاسبه عبارت‌های توان‌دار
- ساده کردن عبارت‌های توان‌دار
- جذر و ریشه

وقتی یک سلول (یاخته) به سلول‌های دیگر، تبدیل و این عمل تکرار می‌شود، در مدت کوتاهی تعداد سلول‌ها به سرعت افزایش پیدا می‌کند. رشد تعداد سلول‌ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است که جراحت پوست در مدت کوتاهی ترمیم می‌شود و سلول‌های جدید جایگزین سلول‌های مرده می‌شوند.

یک کاغذ را چند بار تا می‌زنیم و هر بار تعداد قسمت‌هایی را که کاغذ به آنها تقسیم شده است، می‌شماریم. چه الگویی در تعداد

قسمت‌ها می‌بینید؟

|                                                                                   |                                                                                   |                                                                                   |                                                                                    |                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |  |  |  |
| تعداد تا ۰                                                                        | ۱                                                                                 | ۲                                                                                 | ۳                                                                                  | ۴                                                                                   |
| ۱ تعداد قسمت‌ها                                                                   | ۲                                                                                 | $2 \times 2$                                                                      | $2 \times 2 \times 2$                                                              | $2 \times 2 \times 2 \times 2$                                                      |

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای  $n$ م چند قسمت خواهیم داشت؟

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_n$$

چه راهی برای خلاصه کردن عبارت‌های بالا پیشنهاد می‌کنید؟

(با توجه به اینکه در عمل، تا کردن کاغذ، بیش از چندمرحله ممکن نخواهد بود، برای یافتن جواب‌ها از شکل‌های داده‌شده

استفاده کنید.)

عبارتی مانند  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$  را در ریاضیات برای ساده‌تر شدن به صورت  $2^5$  می‌نویسیم و آن را چنین می‌خوانیم: ۲ به توان ۵.

در عبارت  $2^5$ ، ۲ را پایه و ۵ را توان می‌نامیم.

(درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می‌دادیم.  $(2+2+2+2+2 = 5 \times 2)$ )

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

| عبارت                            | شکل ساده شده      | خوانده می شود | حاصل |
|----------------------------------|-------------------|---------------|------|
| $7 \times 7$                     | $7^2$             | هفت به توان ۲ | ۴۹   |
| $7 + 7$                          | $2 \times 7$      |               |      |
| $2/5 \times 2/5 \times 2/5$      |                   |               |      |
|                                  | $1^2$             |               |      |
|                                  | $2 \times 1$      |               |      |
| $\frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$ | $(\frac{5}{3})^2$ |               |      |

پس از آن عبارت های زیر را به صورت ساده شده بنویسید.

$$4 \times 4 \times 4 =$$

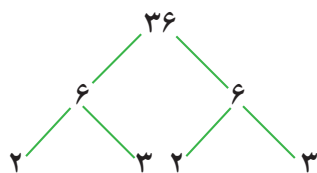
$$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 =$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$$

$$a \times a \times a =$$

$$b \times b =$$

۲- عدد های داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$$



۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

$$4^2 = 64$$

$$5^2 = 5 \times 2$$

$$(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$$

$$9^2 = 18$$

$$(\frac{1}{3})^4 = \frac{4}{81}$$

$$\frac{3^2}{5} = \frac{9}{25}$$

$$5^2 = 25$$

$$(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{4}$$

۴- تساوی ها را کامل کنید.

$$a \times a \times a \times a =$$

$$b^2 =$$

$$(\frac{a}{b})^2 =$$

$$\frac{a \times a \times a}{b} =$$

$$x \times x =$$

$$(y + x)(y + x) =$$

$$(ab)^2 =$$

$$\frac{x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} =$$

۵- در تکثیر سلول ها، هر سلول به ۲ سلول تقسیم می شود. دوباره هر کدام از آن سلول ها خودشان به ۲ سلول تقسیم می شوند و

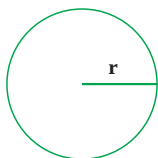
این روند، ادامه پیدا می کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

| مرحله تکثیر      | ۱     | ۲            | ۳ | ۴ |     |  | ۷   | n |
|------------------|-------|--------------|---|---|-----|--|-----|---|
| تعداد سلول       | ۲     | $2 \times 2$ |   |   | ... |  | ... |   |
| به صورت توان دار | $2^1$ | $2^2$        |   |   |     |  |     |   |

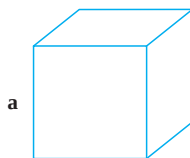
۱- با توجه به شکل‌های زیر، مساحت و حجم‌های خواسته‌شده را با عبارت‌های توان‌دار جبری نمایش دهید.



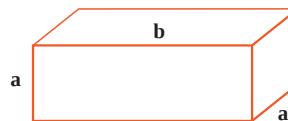
$$S=a \times a$$



$$S=\frac{3}{14} \times r \times r =$$



$$V=a \times a \times a =$$



$$V=$$

۲- جمله‌های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری نشان دهید.

□ هر عدد به توان یک، برابر خودش می‌شود:  $a^1 = a$

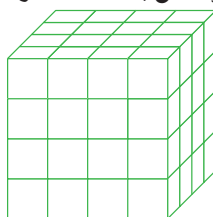
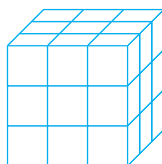
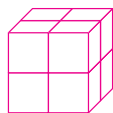
□ یک به توان هر عدد، برابر یک می‌شود:

□ مجذور هر عدد، یعنی آن عدد به توان ۲: = مجذور  $a$

□ مکعب یک عدد، یعنی آن عدد به توان ۳: = مکعب  $x$

□ صفر به توان هر عدد جز صفر، برابر است با:

۳- تعداد مکعب‌های کوچک  $1 \times 1 \times 1$  را در هر شکل با یک عدد توان‌دار نشان دهید.



مکعب  $n$  تایی

۴- حاصل هر عبارت توان‌دار را به دست آورید.

$$3^2 =$$

$$4^2 =$$

$$5^2 =$$

$$6^2 =$$

$$7^2 =$$

$$8^2 =$$

$$9^2 =$$

$$10^2 =$$

$$11^2 =$$

$$12^2 =$$

= مجذور دو

$$\frac{2^3}{5^2} =$$

$$10^2 \div 10^2 =$$

= مجذور یک

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 =$$

$$1/1^2 =$$

= مکعب دو

$$\frac{2^4}{7} =$$

$$2/1^2 =$$

= مکعب یک

$$10^2 \div 2^2 =$$

$$10^2 \div 5^2 =$$

۵- مقدار عبارت  $3^n$  را به ازای عددهای داده‌شده به دست آورید.

| $n$   | ۱       | ۲       | ۳ | ۴ |
|-------|---------|---------|---|---|
| $3^n$ | $3^1 =$ | $3^2 =$ |   |   |

۶- حاصل عددهای  $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$  را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد مناسبی

برای محور عمودی رسم کنید). در مورد شیوه رسم هر ستون توضیح دهید. آیا می‌توانید  $2^6$  یا  $2^7$  را در دفتر خود رسم کنید؟ چرا؟

۷- عدد  $11^{12}$  به طور تقریبی چندرقمی است؟ چرا؟

ترتیب انجام عملیات را در دوره دبستان آموخته اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت (۱) پرانتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق انجام می شود. به کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{2 \times 4 + 10}{9^2 - 5^2} = \frac{\underline{\quad} \times 4 + 10}{\underline{\quad} - \underline{\quad}} = \frac{\underline{\quad} + 10}{\underline{\quad}} = \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

محاسبه توان ها      محاسبه ضرب      محاسبه جمع و تفریق      ساده کردن

محاسبه های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 - (2^2 + 2) = 2 \times \underline{\quad} (\underline{\quad} + 2) = \underline{\quad} - \underline{\quad} =$$

$$\frac{10 \div (8 - 6) + 9 \times 4}{2^5 + 3^5} = \frac{10 \div \underline{\quad} + 9 \times 4}{\underline{\quad} + \underline{\quad}} = \frac{\underline{\quad} + \underline{\quad}}{\underline{\quad}} =$$

۱- حاصل عبارت ها را به دست آورید.

$$2^5 + 3^2 =$$

$$2^5 \times 3^2 =$$

$$2^5 - 3^2 =$$

$$2^5 \div 8 =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} =$$

$$5^2 - 5 \times 2 =$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 =$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$$

$$2^4 - 3^3 + 1^5 =$$

$$5^1 + 1^5 + 0^5 =$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$(3+2)^2 = 2^2 + 3^2$$

$$(4 \times 3)^2 = 3^2 \times 4^2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2}$$

$$5 \times 6^2 = (6 \times 5)^2$$

$$2^2 \times 5^2 = 10^4$$

$$2^3 \times 2^4 = 2^7$$

۳- روش محاسبه را توضیح دهید.

$$2^8 + 8^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 8 \times 8$$

۱- مانند نمونه، عبارت‌های توان‌دار را حساب کنید.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 =$$

$$(-2)^2 = (-2) \times (-2)$$

$$(-2)^3 =$$

$$(-2)^4 =$$

$$(-2)^5 =$$

$$(-2)^6 =$$

با توجه به توان‌ها و حاصل عبارت‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$-2^3 = -2 \times 2 \times 2 =$$

$$(-2)^3 =$$

$$-2^4 =$$

$$(-2)^4 =$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.

$$2^6 \longrightarrow 2^5 \longrightarrow 2^4 \longrightarrow 2^3 \longrightarrow 2^2 \longrightarrow 2^1 \longrightarrow 2^0$$

$$64 \longrightarrow 32 \longrightarrow 16 \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow$$

ارتباط بین عددهای توان‌دار و حاصل آنها را توضیح دهید.

به نظر شما در جای خالی، چه عددی باید نوشت؟

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-3^2 =$$

$$(-5)^2 =$$

$$-1^5 =$$

$$(-1)^5 =$$

$$(-1)^4 =$$

$$-1^4 =$$

$$7^0 =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^0 =$$

$$(-9)^0 =$$

$$5^0 + 1/1^0 =$$

$$4 + 2^0 =$$

$$-1^5 =$$

$$2^3 =$$

$$(-2)^3 =$$

$$5^0 =$$

۲- در جای خالی علامت < یا = یا > بگذارید.

$$2^0 \text{ } \bullet \text{ } 2^1$$

$$7^0 \text{ } \bullet \text{ } 7^1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \text{ } \bullet \text{ } 2^0$$

$$(-2) \text{ } \bullet \text{ } (-2)^1$$



۱- کدام درست و کدام نادرست است؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$(3+2)^{\circ} = 2^{\circ} + 3^{\circ} \quad \left(2\frac{1}{2}\right)^{\circ} > \left(-\frac{1}{2}\right)^2 \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^{\circ} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\circ} > 1$$

$$4 + 2^{\circ} = 6 \quad 2^{\circ} + 3^{\circ} + 5^{\circ} = 1 \quad 4^{\circ} < (-2)^2$$

۲- الف) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$2 \times 10^2 + 4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0 =$$

$$5 \times 10^2 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 9 \times 10^0 =$$

ب) با توجه به تمرین‌های بالا عددهای زیر را به صورت گسترده و سپس به صورت نمایش دهید.

$$4235 = 4000 + 200 + 30 + 5 =$$

$$9207 =$$

۳- به جای  $n$  عددهای ۱ تا ۵ را قرار دهید و دو عبارت  $4^n$  و  $n^4$  را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب استفاده کنید.

| $n$   | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
|-------|---|---|---|---|---|
| $4^n$ |   |   |   |   |   |
| $n^4$ |   |   |   |   |   |

برای  $n = 10$  کدام یک بزرگ‌تر از دیگری است؟

۴- در بعضی از ماشین حساب‌ها از کلید توان به صورت زیر استفاده می‌شود. برای مثال  $2^3$  به صورت زیر محاسبه می‌شود. حالا

شما عددهای مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه راه دیگری برای پیدا کردن جواب  $2^3$  وجود دارد؟



۵- حاصل عبارت‌ها را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$a^2 - b^2 + ab \quad a = -2 \quad b = 2$$

$$a^3 - 2b^2 + a^2b \quad a = 1 \quad b = -2$$

۱- زهره می‌خواست مسئله‌هایی را که معلم برای تمرین تعیین کرده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش‌آموزان مساحت مستطیلی به طول  $2^4$  و عرض  $2^3$  را به دست آورند. زهره به صورت زیر عمل کرد و عبارت‌ها را به صورت ضرب نوشت.

$$S = a \times b = 2^4 \times 2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۴}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۳}}$$

سیما با مشاهده عبارت زهره به او گفت: هفت تا ۲ ضرب شده است؛ پس عبارت تو با  $2^7$  برابر است. نتیجه‌گیری سیما را با یک تساوی نشان دهید.

$$5^2 \times 5^4 = \underbrace{5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۴}} = 5^6$$

۲- مانند نمونه عمل کنید.

$$\begin{aligned} 4^2 \times 4^3 &= & 7^3 \times 7^2 &= \\ x^2 \times x^3 &= & a^3 \times a^4 &= \end{aligned}$$

با توجه به تساوی‌های بالا یک رابطه برای ساده کردن ضرب عبارت‌های توان‌دار با پایه‌های مساوی بنویسید.  
۳- با توجه به رابطه بالا مانند نمونه، عبارت توان‌دار را به صورت ضرب ۲ یا چند عبارت توان‌دار بنویسید.

$$\begin{aligned} 2^7 &= 2^5 \times 2^2 & 2^7 &= \times & 2^7 &= \times \times \\ 5^1 &= \times & 5^1 &= \times & 5^1 &= \times \times \end{aligned}$$

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$$\begin{aligned} 5^2 \times 5^4 &= & (-2)^4 \times (-2)^2 &= & (-4)^1 \times (-4)^5 &= \\ 7^2 \times 7 &= & \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \frac{1}{5^2} &= & 1/5^4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^4 &= \end{aligned}$$

۲- با باز کردن عبارت توان‌دار، جواب را ساده‌تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$$3^4 = 3^2 \times 3^2 = 9 \times 9 = 9^2 \quad 2^6 = \quad 4^4 = \quad 5^4 =$$

۳- اگر  $2^{10} = 1024$  باشد حاصل  $2^{12}$  را به دست آورید.

۱- مانند نمونه عبارت‌ها را باز کنید و دوباره به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$2^2 \times 5^2 = 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 =$$

$$3^2 \times 4^2 =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times 5^3 =$$

$$a^x \times b^x =$$

$$x^x \times y^x =$$

با مقایسه تساوی‌های یک قانون کلامی برای ساده کردن ضرب عبارت‌های توان‌دار با توان‌های مساوی به دست آورید.  
۲- با قانونی که به دست آورده‌اید، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$2^4 \times 3^4 =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^6 \times \left(\frac{3}{4}\right)^6 =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \times 3^5 =$$

$$(-2)^y \times (-1)^y =$$

$$(-2)^5 \times 3^5 =$$

$$x^2 \times y^2 =$$

$$(ab)^x = a^x \times b^x$$

$$6^5 = (2 \times 3)^5 = 2^5 \times 3^5$$

۳- به تساوی‌های روبه‌رو توجه کنید.

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان‌دار زیر را باز کنید.

$$15^y =$$

$$10^4 =$$

$$12^8 =$$

$$(xy)^{10} =$$

$$(xyz)^4 =$$

$$3^{10} =$$

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را تا جایی که ممکن است ساده کنید.

$$5^2 \times 5^4 \times 7^6 = \underline{\hspace{2cm}} \times 7^6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7^2 \times 7^3 \times 9^5 =$$

ضرب با پایه‌های مساوی      ضرب با توان‌های مساوی

$$2^3 \times 6^3 \times 3^7 \times 4^7 = \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$(2^5 \times 3^2 \times 5) \times (2^2 \times 3^5 \times 5^6) =$$

$$2^a \times 2^b =$$

۲- عبارت توان‌دار مقابل را تا جایی که ممکن است، ساده کنید.

به جای a و b یک بار عددهای ۳ و ۵ و یک بار ۴ و ۷ قرار دهید و تساوی‌ها را به صورت عددی بنویسید.

۱- در تساوی‌های زیر به جای  $a$  و  $b$  و  $c$  عددهای مختلفی قرار دهید و تساوی‌های عددی بسازید.

$$a^b \times a^c = a^{b+c}$$

$$a^c \times b^c = (a \times b)^c$$

۲- با استفاده از تجزیه به عددهای اول، هر عدد را به صورت توان‌دار بنویسید.

$$۱۲۱ =$$

$$۲۵۶ =$$

$$۴۴۱ =$$

$$۱۰۰۰۰ =$$

۳- مسئله‌هایی طرح کنید که پاسخ آنها: (الف)  $۲^۳$  (ب)  $۲ \times ۳$  (ج)  $۵^۲$  باشد.

۴- عددهای توان‌دار را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.  $۹^۲$  و  $۸^۱$  و  $۶^۰$  و  $۴^۱$  و  $۳^۵$

۵- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$$۴^۳ \times ۴^۴ = ۴^{۱۲}$$

$$۳^۲ \times ۲^۳ = ۶^۵$$

$$۴^۳ + ۲^۳ = ۶^۳$$

$$۴^۳ \times ۴^۴ = ۴^۷$$

$$۳^۲ \times ۲^۲ = ۶^۲$$

$$۴^۱ + ۳^۱ = ۷^۱$$

$$(-۲^۳) \times ۷^۳ = (-۱۴)^۳$$

$$\left(\frac{۲}{۳}\right)^۰ \times \left(\frac{۲}{۳}\right)^۷ = \left(\frac{۲}{۳}\right)^۷$$

۶- کدام یک از عبارت‌های زیر  $\left(\frac{۲}{۳}\right)^۳$  را نشان می‌دهد؟

$$\frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۲+۲+۲}{۳}$$

$$\frac{۳ \times ۲}{۳}$$

$$\frac{۲}{۳} \times ۳$$

$$\frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۲}{۳} + ۳$$

۷- به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن، سؤال‌ها را جواب دهید.

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $۴^۰$ | $۴^۱$ | $۴^۲$ | $۴^۳$ | $۴^۴$ | $۴^۵$ | $۴^۶$ | $۴^۷$ | $۴^۸$ |
| ۱     | ۴     | ۱۶    | ۶۴    | ۲۵۶   | ۱۰۲۴  | ۴۰۹۶  | ۱۶۳۸۴ | ۶۵۵۳۶ |

حاصل عبارت  $۴۰۹۶ \times ۶۵۵۳۶$  را به صورت توان‌دار بنویسید.

تعداد رقم‌های  $۴^۱$  را پیش‌بینی کنید. فکر می‌کنید  $۴^۲$  چند رقمی می‌شود؟ چرا؟

۸- جاهای خالی را کامل کنید. چه الگویی مشاهده می‌کنید؟ یک تساوی دیگر بنویسید.

$$۳^۲ - ۱^۲ = ( )^۲$$

$$۶^۲ - ۳^۲ = ( )^۲$$

$$۱۰^۲ - ۶^۲ = ( )^۲$$

$$۱۵^۲ - ۱۰^۲ = ( )^۲$$

$$۲۱^۲ - ۱۵^۲ = ( )^۲$$

آیا این الگو برای  $۳^۳ - ۱^۲ = ۲^۴$  درست است؟

۹- در جای خالی یکی از عمل‌های + یا - یا  $\times$  یا  $\div$  را قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

$$۲^۵ \blacksquare ۸ = ۴$$

$$۳^۲ \blacksquare ۷^۲ = ۵۸$$

$$(-۷)^۰ \blacksquare ۸^۱ = ۳^۲$$

$$۲^۶ \blacksquare ۱۶ = ۲^۰ \blacksquare ۲^۲$$

۱- مساحت یک زمین بازی کودکان مربع شکل، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟

۲- یک شرکت برای محوطه سازی، سنگ های مرمر در اندازه های  $۵ \times ۲۵$  سانتی متر خریده است. این شرکت در مجموع ۸۱ متر مربع سنگ برای این کار خریده است. ضلع بزرگ ترین مربعی که می توان با این سنگ ها ساخت چند متر است؟

۳- در جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

|            |   |    |               |               |    |               |                  |     |               |
|------------|---|----|---------------|---------------|----|---------------|------------------|-----|---------------|
| طول ضلع    | ۳ |    | $\frac{1}{5}$ | $\frac{2}{5}$ |    | $\frac{7}{4}$ |                  |     | $\frac{0}{9}$ |
| مساحت مربع | ۹ | ۱۶ |               |               | ۸۱ |               | $\frac{۱۲۱}{۳۶}$ | ۴۰۰ |               |

۴- در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می گیرد؟ چرا؟

$$۱^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, n^2$$

با کمک ماشین حساب و راهبرد حدس و آزمایش، عددی پیدا کنید که بتوان به جای x قرار داد.

$$x^2 = ۱۵$$

در تساوی  $۳^2 = ۹$ ، عدد ۹ را توان دوم یا مجذور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز **ریشه دوم** ۹ می نامند. به همین دلیل ۳- نیز ریشه دوم عدد ۹ است. جذر عدد ۹ که آن را با  $\sqrt{9}$  نشان می دهیم برابر است با ریشه دوم مثبت عدد ۹ یعنی ۳.  
( $\sqrt{9} = ۳$ )

جدول زیر را کامل کنید.

|             |                           |    |               |        |
|-------------|---------------------------|----|---------------|--------|
| عدد         | ۹                         | ۲۵ | $\frac{1}{4}$ |        |
| ریشه دوم    | ۳ و -۳                    |    |               | ۷ و -۷ |
| رابطه ریاضی | $۳^2 = ۹$<br>$(-۳)^2 = ۹$ |    |               |        |

توان دوم یا مجذور عدد ۳ را با  $3^2$  و توان دوم یا مجذور عدد ۳- را با  $(-3)^2$  نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشه دوم مثبت، از نماد  $\sqrt{\quad}$  (بخوانید **رادیکال**) استفاده می‌کنیم.

ریشه‌های دوم عدد ۹ را با  $\sqrt{9}$  و  $-\sqrt{9}$  نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر  $\sqrt{9} = 3$  و  $-\sqrt{9} = -3$ .

۱- تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\sqrt{16} =$$

$$-\sqrt{16} =$$

$$\sqrt{36} =$$

$$-\sqrt{81} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{100}} =$$

$$-\sqrt{\frac{9}{25}} =$$

$$\sqrt{49} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{81}} =$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$\sqrt{25} > 5$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{25} = 5 \times 2$$

$$\sqrt{25} = 25$$

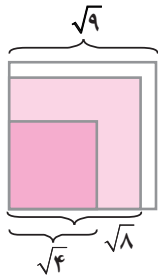
$$\sqrt{25} = 5^2$$

$$\sqrt{25} = -5$$

$$-\sqrt{25} = -5$$

$$\sqrt{25} < 5$$

۱- در شکل زیر، مربع‌هایی با مساحت ۸، ۴ و ۹ نمایش داده شده‌اند. طول ضلع‌های مربع‌ها نیز مشخص شده است. با کمک



$$< \sqrt{8} <$$

شکل عبارت را کامل کنید.

به نظر شما عدد  $\sqrt{8}$  به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟

۲- به کمک روش بالا و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده‌شده را به دست آورید و جدول را کامل کنید.

| مربع کامل قبلی | عدد | مربع کامل بعدی | جذر تقریبی                       |
|----------------|-----|----------------|----------------------------------|
| ۴              | ۵   | ۹              | $\sqrt{5}$ بین عددهای ۲ و ۳ است  |
|                | ۱۷  |                |                                  |
|                | ۶۱  |                |                                  |
|                |     |                | $\sqrt{30}$ بین عددهای ۵ و ۶ است |

۱- می‌خواهیم مقدار تقریبی  $\sqrt{28}$  را به دست آوریم.

الف)  $\sqrt{28}$  بین کدام دو عدد طبیعی قرار دارد؟ چرا؟

ب) به کدام یک نزدیک‌تر است؟ چرا؟

ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید:

| عدد   | ۵  | ۵/۱   | ۵/۲   | ۵/۳   | ۵/۴   |
|-------|----|-------|-------|-------|-------|
| مجذور | ۲۵ | ۲۶/۰۱ | ۲۷/۰۴ | ۲۸/۰۹ | ۲۹/۱۶ |

۲- به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{20} \approx$$

$$\sqrt{14} \approx$$

$$\sqrt{8} \approx$$

۱- چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی‌معناست؟  $\sqrt{-25} = ?$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$$\sqrt{5} > 4$$

$\sqrt{6}$  بین ۵ و ۷ است

$$\sqrt{15} < \sqrt{21}$$

$$\sqrt{12} < 4$$

$\sqrt{40}$  بین ۵ و ۷ است

$$\sqrt{3} > 2$$

۳- به جای  $\square$  در محور اعداد زیر یکی از عددهای  $\sqrt{9}$ ،  $-\sqrt{4}$ ،  $\sqrt{1}$ ،  $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ،  $-\sqrt{1}$ ،  $\sqrt{4}$ ،  $\sqrt{\frac{9}{4}}$  و  $-\sqrt{9}$  را قرار دهید.



۴- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و  $-\sqrt{7}$  ریشه‌های  $\square$  هستند. ب) مجذور عدد صفر همان  $\square$  است.

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه  $\square$  است.

د) هر عدد مثبت دارای  $\square$  ریشه دوم است که یکی از آنها  $\square$  دیگری است.

۵- مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{10000}$$

$$\sqrt{500}$$

$$\sqrt{30}$$

$$\sqrt{40}$$

در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بنزید.

- توان
- پایه
- مجذور
- مکعب
- جذر
- جذر تقریبی

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال، هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- محاسبه عدد توان‌دار
- محاسبه یک عبارت توان‌دار با رعایت ترتیب
- محاسبه عبارت توان‌دار با پایه‌های منفی
- قانون ضرب با پایه‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه
- قانون ضرب با توان‌های مساوی
- استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیه عددها
- ساده کردن یک عبارت توان‌دار
- مفهوم جذر و ریشه
- پیدا کردن جذر یا ریشه عددهای مربع کامل و جذر تقریبی
- تأثیر پراتز در محاسبه عبارت توان‌دار
- توان صفر
- مفهوم مجذور و مکعب

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبه سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- عبارت توان‌دار زیر را محاسبه کنید.

$$= 1^3 - 3^2 \times 2^2 + (0^2 + 2^3)$$

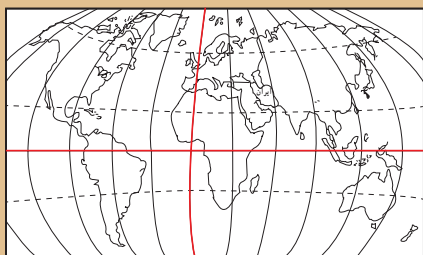
۲- عبارت توان‌دار را تا جایی که ممکن است، ساده کنید.

$$= 4^2 \times 8^2 \times 6^2 \times 3^3 = \frac{1}{45} \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times (0/25)^2 =$$

۳- مقدار تقریبی عدد  $\sqrt{32}$  را بنویسید.

۴- ریشه‌های دوم عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{121} = \quad -\sqrt{25} = \quad -\sqrt{121} = \quad \sqrt{49} =$$



# فصل ۸

بردار و مختصات



- پاره خط جهت دار
- بردارهای مساوی و قرینه
- مختصات
- بردار انتقال

تعیین موقعیت و مکان یک شیء مثل هواپیما و مسیریابی و هدایت آن در فضا یا یک کشتی در دریا با داشتن مختصات آن شیء در هر لحظه امکان پذیر است. بیان موقعیت اشیاء با عدد، امکان کار با رایانه را نیز فراهم می کند تا به کار سرعت بیشتری بدهد.

۱- شکل مقابل سه دسته خط را که هر دسته با یک رنگ

مشخص شده اند، نشان می دهد.

همان گونه که در شکل می بینید هر دو خط که با رنگ یکسان

کشیده شده اند، باهم موازی یا به عبارتی **هم راستا** هستند.

اگر بخواهیم روی یک خط جهت مشخص کنیم، طبیعی

است که می توان دو جهت تعیین کرد.

۲- در شکل (۱) جهت خطوط دسته (الف) را به گونه ای مشخص کنید که :

خط (۱) با خط (۲) و خط (۳) با خط (۴) هم جهت باشد.

خط (۸) با خط (۱۱) هم جهت باشد و خطوط (۹) و (۱۰) و (۱۲) نیز باهم، هم جهت باشند.

آیا می توانید خطوط (۵) و (۶) و (۷) را طوری جهت دهی کنید که هیچ کدام باهم، هم جهت نباشند؟

همان طور که دیده می شود اگر بخواهیم برای یک دسته خطوط هم راستا جهت تعیین کنیم، آنگاه هر دو خط از آن دسته، یا هم جهت

خواهند بود و یا جهتی عکس هم خواهند داشت.

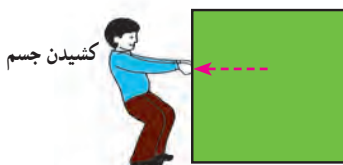
۳- شخصی در حال حرکت دادن یک جعبه روی زمین است.

اندازه، راستا و جهت نیرویی که شخص به جسم وارد می کند با پاره خط جهت دار، به

طول یک سانتی متر نشان داده شده است.

در شکل روبه رو شخص نیرویی به اندازه ۲ برابر نیروی بالا به جسم وارد می کند.

راستا، اندازه و جهت نیرو را روی شکل، نشان دهید.

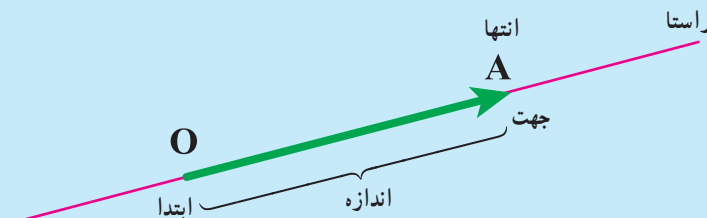


در ریاضی به پاره خط جهت دار **بردار**

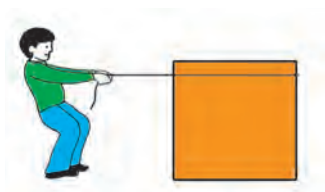
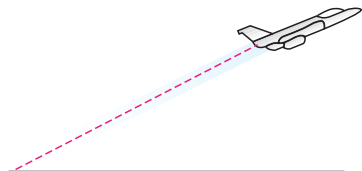
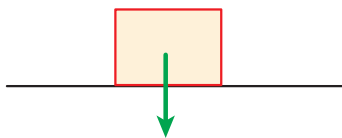
می گویم.

بردار  $\overrightarrow{OA}$  را به صورت  $\overrightarrow{OA}$  نشان

می دهیم.



در شکل زیر نیروی وزن جعبه با یک بردار مشخص شده است. شما نیز برای شکل های زیر، بردار مورد نظر را رسم کنید.



جهت حرکت هواپیما

نیروهایی که دو نفر در مسابقه طناب کشی به طناب ها وارد می کنند. نیرویی که فرد با طناب به جعبه وارد می کند.

۱- در شکل زیر دو نفر جعبه ای را از دو طرف می کشند. با توجه به نیروهای رسم شده، به سؤالات زیر پاسخ دهید.



• آیا دو نیرو در یک راستا هستند؟

• جهت دو نیرو چه تفاوتی دارد؟

• اندازه نیروها را با هم مقایسه کنید.

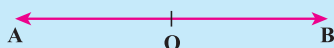
۲- دو دانش آموز در حال طناب کشیدن هستند.

راستا، جهت و اندازه نیروهای این دو نفر را نسبت به محل مشخص شده روی طناب، با دو بردار نشان دهید. فرض کنید طناب

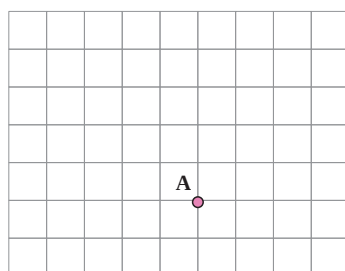
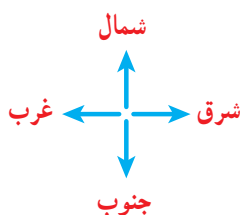
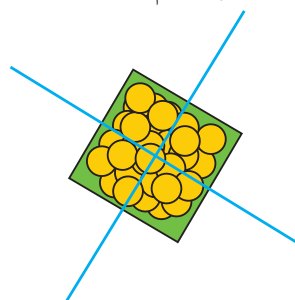
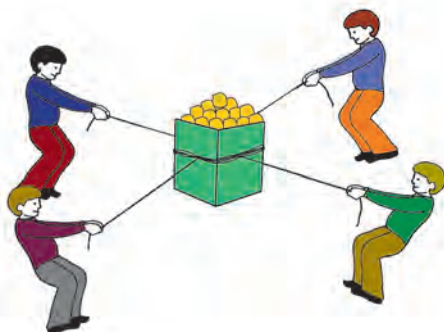
ساکن است.



در فعالیت های بالا دو **بردار قرینه** یکدیگرند، چون هم راستا و هم اندازه اند؛ ولی جهت هایشان عکس یکدیگر است.

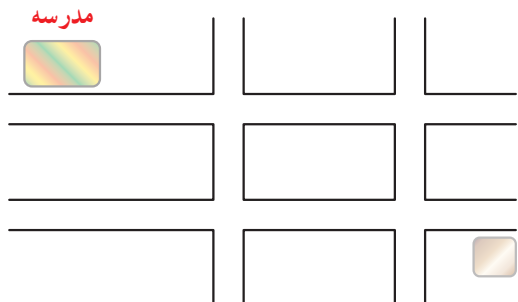


۱- شکل زیر تصویر یک جعبه است که چند نفر آن را با طناب می کشند. نیروهایی را که به این جعبه وارد می شود، با بردار در تصویر از بالا نشان دهید. فرض کنید نیروها هم اندازه هستند.



۲- با توجه به ۴ جهت نشان داده شده، حرکت نقطه A را نشان دهید.

از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق، ۲ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به سمت غرب و ۴ واحد به سمت جنوب حرکت کنید. محل نهایی نقطه را با B نشان دهید.



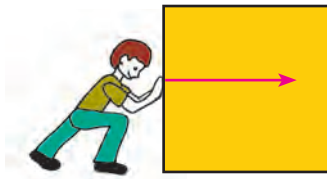
۳- علی از خانه به مدرسه رفته است. با انتخاب مسیر رفتن علی به مدرسه، جابه جایی های او را با بردار نشان دهید.

۴- اندازه بردار AB برابر ۳ واحد است و ابتدای آن نقطه ۱ و انتهای آن نقطه ۲- است.

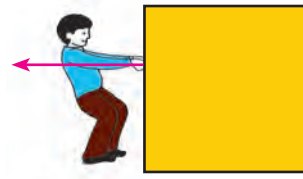


با توجه به نمونه فوق ابتدا، انتها و اندازه بردارهای مشخص شده روی محور را بنویسید.

۱- در شکل‌های زیر دو نفر نیروهایی هم‌اندازه به یک جسم وارد می‌کنند. یک نفر آن جسم را هل می‌دهد و یک نفر آن را می‌کشد.



در حال هل دادن



در حال کشیدن

توضیح دهید چرا این دو بردار، برابر نیستند.

۲- با توجه به محور، اندازه بردارهای زیر را مشخص کنید.



این بردارها چه ویژگی مشترکی دارند؟

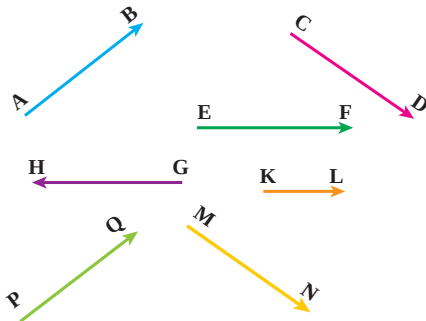


۱-۳ بردار مساوی با بردار AB رسم کنید.

۲- روی محور زیر ۴ بردار مساوی با اندازه ۲ واحد در جهت منفی رسم کنید.



۳- بردارهای مساوی را پیدا کنید.



دو بردار وقتی برابرند که هم‌راستا، هم‌اندازه و هم‌جهت باشند.

A • B •

۱- شخصی از نقطه A به نقطه B رفته است. جابه‌جایی او را با یک بردار نشان دهید.

اگر این شخص از نقطه B به نقطه A برگردد، جابه‌جایی او را نیز با یک بردار نشان دهید.

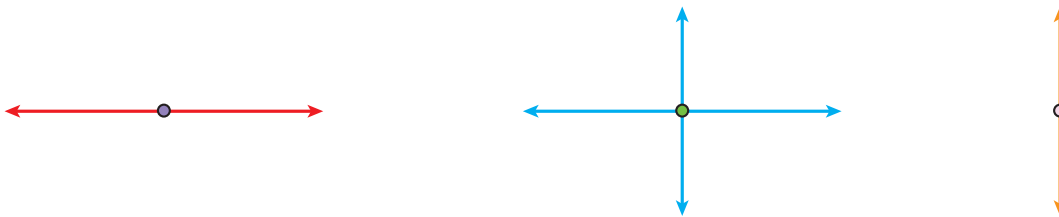
راستا، اندازه و جهت این دو بردار را با یکدیگر مقایسه کنید.

آیا این دو بردار قرینه یکدیگرند؟ چرا؟

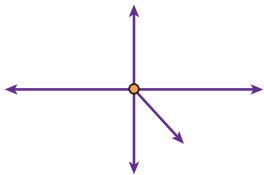
مجموع جابه‌جایی این فرد چقدر است؟

۲- با توجه به نیروهای که به جسم زیر وارد می‌شوند و همچنین نیروهایی که با هم قرینه‌اند، مشخص کنید جسم به کدام سمت

حرکت می‌کند. دلیل خود را توضیح دهید.

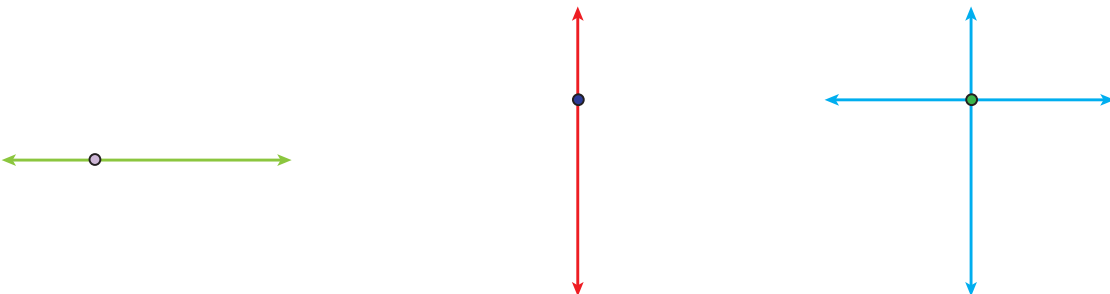


۳- با توجه به نیروهای وارد شده به شکل مقابل، جسم به کدام طرف حرکت می‌کند؟ چرا؟

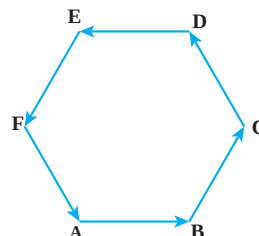
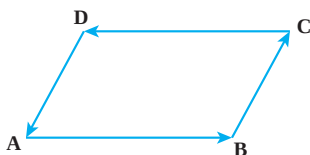


۱- با توجه به اندازه بردارهای نیرو که با طول‌های مختلف نشان داده شده است، توضیح دهید که جسم به کدام سمت حرکت

می‌کند؟



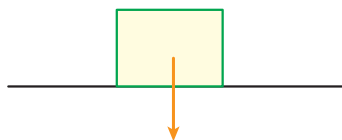
۲- با توجه به شکل‌های زیر (شش ضلعی منتظم و متوازی‌الاضلاع) بردارهای قرینه را نام ببرید.



۱- در شکل زیر نیروی وزن جسم با یک بردار مشخص شده است.

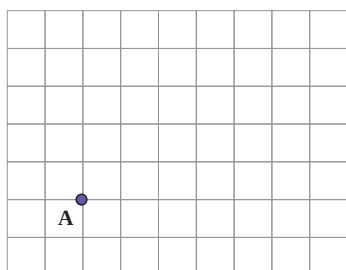
الف) نیرویی را که سطح زمین (تکیه‌گاه) به جسم وارد می‌کند با یک بردار نمایش دهید.

ب) چرا جسم روی زمین ساکن می‌ماند و حرکت نمی‌کند؟



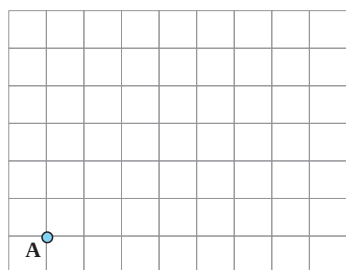
۲- شخصی در نقطه A ایستاده است؛ اگر ۳ واحد به سمت شمال، ۴ واحد به سمت شرق و ۵ واحد به سمت جنوب و در انتها

۲ واحد به سمت غرب حرکت کند، به نقطه B می‌رسد. بردار حرکت شخص از A به B را نشان دهید.



۳- اگر شخصی در نقطه A ایستاده باشد، باید ۳ واحد به سمت شمال و سپس ۴ واحد به سمت شرق برود تا به B برسد. اگر

شخص دیگری از همان نقطه A، ۴ واحد به سمت شرق و سپس ۳ واحد به سمت شمال برود، به کدام نقطه می‌رسد؟ چرا؟



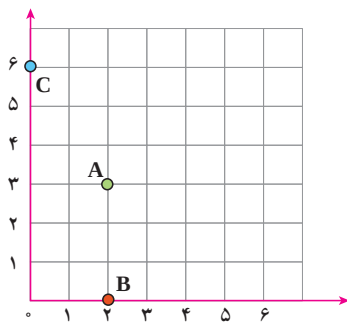
۴- اگر شخص از نقطه A، ۲ واحد به سمت غرب حرکت کند، با چه حرکتی به نقطه A می‌رسد؟

حالا اگر شخص از نقطه A، ۳ واحد به سمت شرق و ۲ واحد به سمت جنوب برود، با چه حرکتی به محل اول خود برمی‌گردد؟

۵- قرینه جهت شمال چه جهتی است؟

قرینه جهت شرق چه جهتی است؟

قرینه جهت شمال شرقی چه جهتی است؟

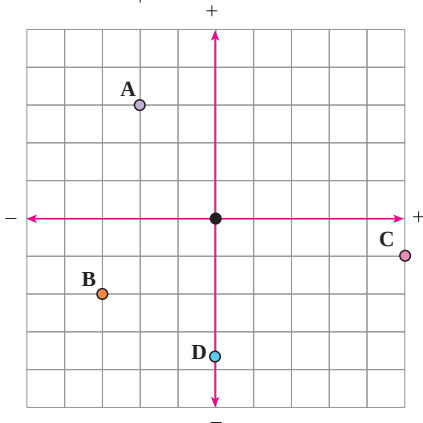


۱- در دوره دبستان با محورهای مختصات آشنا شدید. مختصات نقاط A و B و C را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

نقاط  $E = \begin{bmatrix} 0 \\ 4/5 \end{bmatrix}$  و  $F = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$  و  $G = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$  را پیدا کنید.

۲- با توجه به محور عددهای صحیح که در فصل اول آموختید، محورهای زیر را در جهت‌های منفی ادامه دادیم تا محورهای



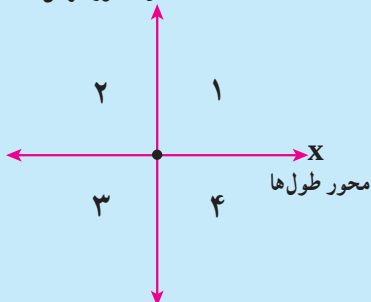
مختصات، کامل شوند. حالا مختصات نقاط مشخص شده را بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

نقاط زیر را روی محور مختصات پیدا کنید.

$$E = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 2/5 \\ 3/5 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} -3/5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

محور عرض‌ها y



محورهای مختصات، صفحه را به ۴ قسمت تقسیم می‌کنند.

در شکل مقابل این ۴ ناحیه با عددهای ۱ تا ۴ مشخص شده‌اند.

مرز ناحیه ۱ و ۲ را مشخص کنید. مرز ناحیه ۳ و ۴ را نیز مشخص کنید.

مرز ناحیه ۱ و ۴ و همچنین ۲ و ۳ را نیز مشخص کنید.

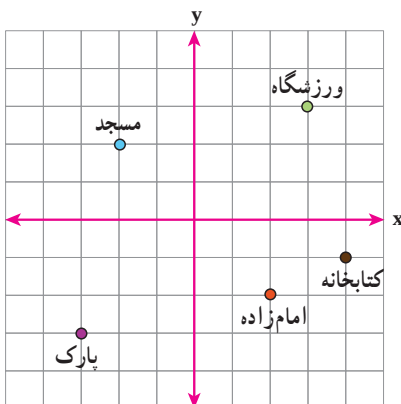
با توجه به تصویر روبه‌رو به سؤال‌های زیر پاسخ دهید:

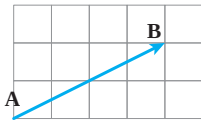
۱- مختصات ورزشگاه چیست؟

۲- مختصات چه بنایی  $\begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$  است؟

۳- مختصات مسجد چیست؟

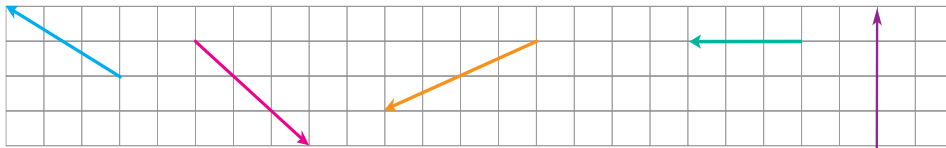
۴- کتابخانه در کدام نقطه واقع است؟





۱- در شکل مقابل حرکت از نقطه A به B، با بردار AB نشان داده شده است.

اگر بتوانیم فقط افقی یا عمودی حرکت کنیم (قرار می‌گذاریم که همیشه ابتدا افقی و سپس عمودی حرکت کنیم) مسیر حرکت از A تا B را نشان دهید. در بردارهای زیر نیز مسیر را مشخص کنید.



۲- در بردار سؤال بالا برای حرکت از A به B، ۴ واحد به سمت مثبت محور طول و سپس ۲ واحد به سمت مثبت محور عرض‌ها حرکت می‌کنیم. این بردار را در صفحه مختصات می‌توانیم به صورت  $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$  نمایش دهیم. مختصات بردارهای دیگر را بنویسید.

طول جغرافیایی هر نقطه، با نصف‌النهار که از آن می‌گذرد و عرض جغرافیایی آن نقطه با مدار مربوطه آن مشخص می‌شود. در

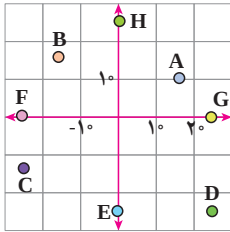


نقشه مقابل با توجه به مدارها (خط‌های افقی) و مدار مبدأ (خط استوا) و نصف‌النهارها (خط‌های عمودی) و نصف‌النهار مبدأ (گرینویچ) به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

- ۱- مختصات شهرهای زیر را به‌طور تقریبی بنویسید.  
 قاهره:   
 دارالسلام:   
 الجزیره:

۲- اگر یک هواپیما از خارطوم به لوآندا در مسیر تقریباً مستقیم حرکت کند، حرکت این هواپیما را به‌صورت تقریبی با یک بردار نشان دهید. مختصات آن بردار را بنویسید.

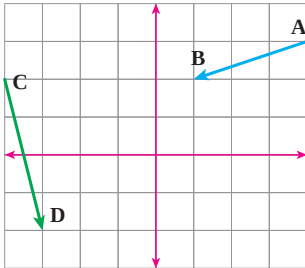
۳- مسیر رباط تا لاگوس را با چه برداری می‌توان نشان داد؟



۱- با توجه به شکل، مختصات هر نقطه را به صورت تقریبی بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$



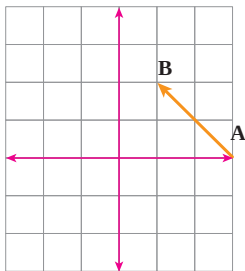
۲- بردار  $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$  را در محور مختصات زیر، طوری رسم کنید که ابتدای بردار نقطه  $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

باشد.

مختصات نقطه انتهای آن را بنویسید.

با توجه به شکل، مختصات نقطه‌ها و بردارهای زیر را بنویسید.

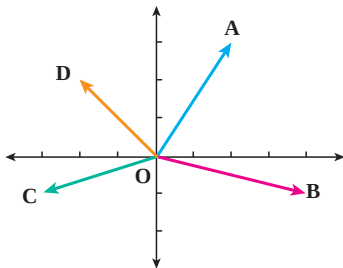
$$A = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad \overline{AB} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \quad \overline{CD} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$



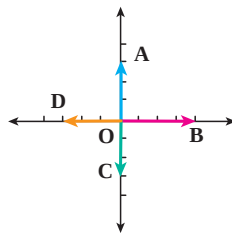
۳- ابتدا مختصات بردار AB را تعیین کنید. قرینه بردار AB را نسبت به محور طول‌ها

رسم کنید و مختصات قرینه  $\overline{AB}$  را بنویسید. قرینه بردار AB را نسبت به مبدأ مختصات پیدا کنید

و مختصاتش را بنویسید.

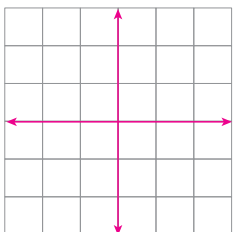


۴- مختصات بردارها را در شکل‌های زیر بنویسید.



۵- از نقطه  $A = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$  با بردار  $\overline{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$  و سپس با بردار  $\overline{BC} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$  حرکت کردیم تا به نقطه C برسیم. با چه برداری

می‌توانستیم از A به C حرکت کنیم؟



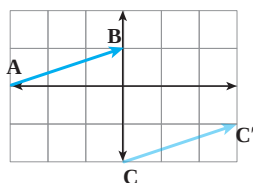
$$A = \begin{bmatrix} -25^\circ \\ -18^\circ \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 47 \\ -81 \end{bmatrix}$$

۶- نشان دهید که نقطه‌های مقابل در کدام ناحیه قرار دارند.

$$C = \begin{bmatrix} -141 \\ 252 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} -200 \\ 5 \end{bmatrix}$$

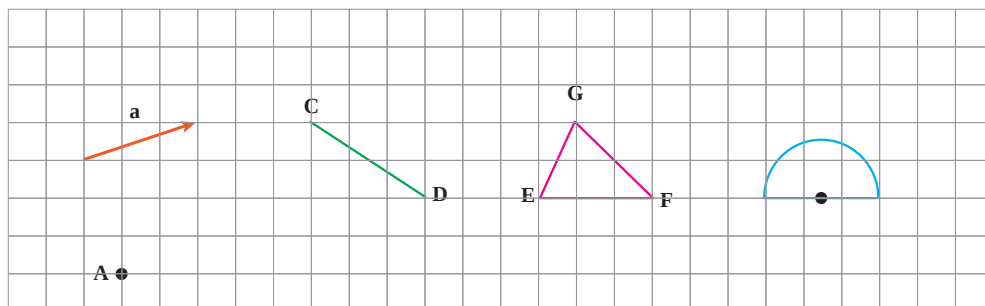


۱- مسیر رفتن از نقطه A به B را به صورت زیر بیان کنید:

\_\_\_\_\_ واحد در جهت \_\_\_\_\_ محور x ها و \_\_\_\_\_ واحد در جهت \_\_\_\_\_ محور y ها  
مختصات بردار AB را بنویسید.  
 $\vec{AB} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$

با همین بردار نقطه C را به نقطه C' منتقل کردیم. مختصات بردار CC' را مشخص کنید.

۲- هر یک از شکل های زیر را با بردار  $\vec{a}$  منتقل کنید (هم راستا، هم جهت و هم اندازه حرکت کنید).

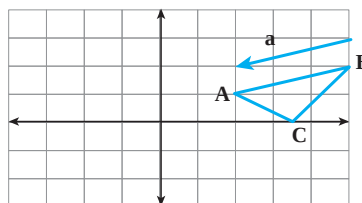


۳- در محور مختصات زیر مثلث ABC را با بردار  $\vec{a}$  انتقال دهید و مثلث جدید را A'B'C' بنامید. مختصات رأس ها را

بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

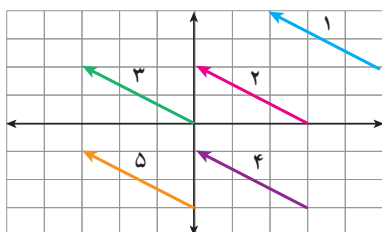
$$A' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad B' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \quad C' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$



مختصات بردار انتقال  $\vec{a}$  را هم بنویسید:  $\vec{a} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$  چه رابطه ای بین رأس های مثلث، قبل و بعد از انتقال وجود دارد؟

۴- برای هر یک از بردارهای زیر مختصات ابتدا و انتهای بردار را بنویسید.

چه رابطه ای بین ابتدا و انتها و مختصات بردار وجود دارد؟ این بردارها چه ویژگی دیگری دارند؟



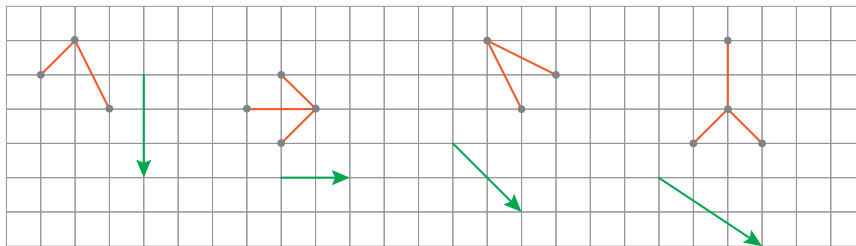
| بردار        | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
|--------------|---|---|---|---|---|
| مختصات ابتدا |   |   |   |   |   |
| مختصات بردار |   |   |   |   |   |
| مختصات انتها |   |   |   |   |   |

با مشخص بودن مختصات ابتدا، مختصات بردار و مختصات انتهای یک بردار می توان یک **جمع متناظر** برای بردار نوشت.

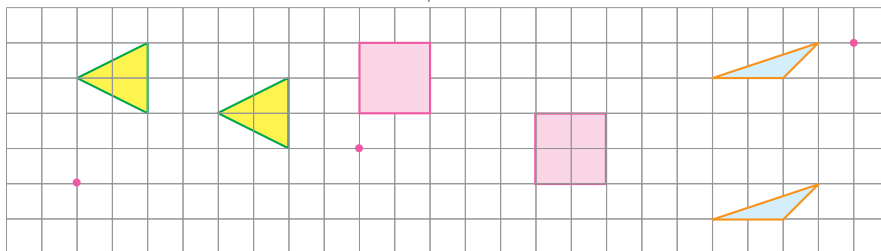
به کمک این جمع و با معلوم بودن دو مختصات می توان مختصات قسمت سوم (نامعلوم) را پیدا کرد. دو بردار وقتی مساوی هستند

که مؤلفه های اول آنها با هم و مؤلفه های دوم آنها با هم برابر باشد.

۱- هر شکل را با بردار انتقال مربوطه دهید. مختصات بردارهای انتقال را بنویسید.



۲- بردار انتقال مربوط به هر انتقال را از نقطه قرمز کنار آن رسم کنید.



انتهای بردار مختصات بردار ابتدای بردار

۳- مختصات موردنظر را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$-2 + x = 3$$

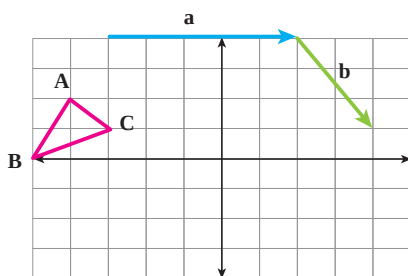
,

$$1 + y = -4$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$

۴- مختصات برداری را که ابتدای آن  $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$  و انتهای آن  $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$  پیدا کنید.



نقاط A و B و C را با بردار a انتقال دهید و آنها را A' و B' و C' بنامید.

$$A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$C' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

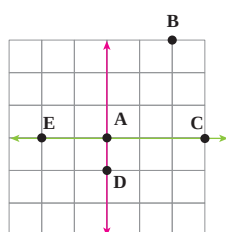
حالا مثلث جدید را با بردار b انتقال دهید و آن را با D، E و F نشان دهید.

$$D = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

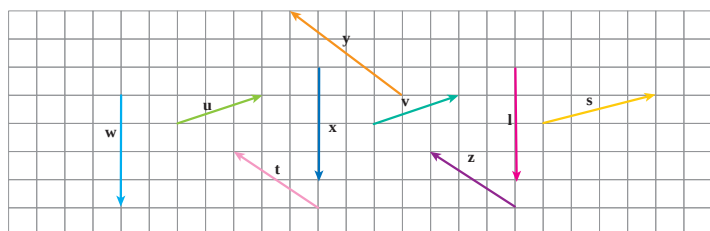
$$E = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$F = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

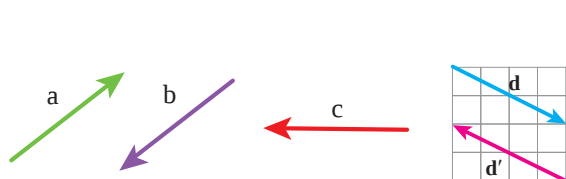
با چه برداری نقاط A، B و C مستقیماً به E، D و F منتقل می‌شوند؟



۱- مسیر حرکت از A به B، به C، به D و به E را با بردارهای انتقال مشخص کنید و مختصات هر بردار را بنویسید.  
می‌توانید این بازی را به صورت دونفره انجام دهید. یک نفر نقطه می‌گذارد و نفر دوم باید بگوید با چه بردار انتقالی نقطه شروع را به نقطه مشخص شده، انتقال می‌دهد.



۲- بردارهای مساوی را مشخص کنید.



۳- بردار قرینه هر بردار را بکشید و تساوی‌ها را کامل کنید.

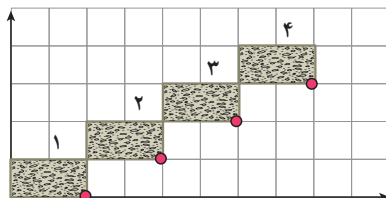
$$\vec{d} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{d}' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

چگونه مختصات قرینه یک بردار نوشته می‌شود؟

$$\vec{d} + \vec{d}' = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

با توجه به شکل بالا حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

۴- در محور مختصات زیر در کاشی شماره n مختصات گوشه‌ای را که با علامت • مشخص شده است، به صورت جبری بنویسید.



۵- در یک بازی روی صفحه شطرنجی، سعید مهره خود را از خانه‌ای به مختصات  $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$  ابتدا ۳ خانه به سمت راست و سپس ۴ خانه به سمت پایین آورد. در حرکت دوم او مهره‌اش را ۲ خانه به سمت چپ آورد. هم‌اکنون مهره سعید روی کدام نقطه صفحه قرار دارد؟

۶- اگر نقطه A به مختصات  $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  را با بردار انتقال  $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$  منتقل کنیم تا به نقطه B برسیم، مختصات نقطه B را به صورت جبری

بنویسید.

## مرور فصل ۸

### مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

- بردار
- راستا
- بردار انتقال
- پاره خط جهت‌دار

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- ویژگی‌ها، نام‌گذاری و نمایش بردار
- مختصات نقطه در صفحه
- بردار انتقال
- جمع متناظر با بردار
- پیدا کردن مختصات بردار
- بردار قرینه و بردار صفر
- ۴ ناحیه محور مختصات
- بردارهای مساوی

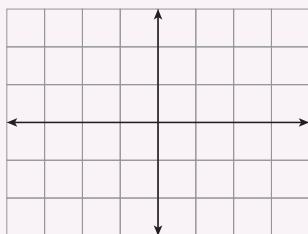
### کاربرد

کاربرد اصلی این موضوع را در درس‌های علوم خود خواهید دید. در دوره دوم متوسطه و در درس فیزیک نیز با کاربردهای بیشتری از این موضوع آشنا می‌شوید.

### تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- نقاط به مختصات  $A = \begin{bmatrix} 1/5 \\ 2 \end{bmatrix}$   $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$   $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$  را پیدا کنید.



نقطه A را با بردار  $\overline{BC}$  منتقل کنید و مختصات نقطه منتقل شده را بنویسید.

بدون رسم شکل، ابتدا مختصات بردار  $\overline{BC}$  را پیدا کنید.

بدون رسم شکل، انتقال را انجام دهید.

۲- بردار خواسته شده را رسم کنید:

بردار  $\overline{CD} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$  انتها در  $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

بردار  $\overline{AB} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$  ابتدا در  $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$



آمار و احتمال

# فصل ۹



- جمع آوری و نمایش داده‌ها
- نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها
- احتمال یا اندازه‌گیری شانس
- احتمال و تجربه

جمع آوری، تفسیر و تحلیل اطلاعات و داده‌های آماری به تصمیم‌گیری و همچنین پیش‌بینی وقایع کمک می‌کند. برای مثال یک کارشناس هواشناسی با کمک علم‌های آمار و احتمال، وضعیت هوا را پیش‌بینی می‌کند.

معلم ورزش یک مدرسه می‌خواهد برای دانش‌آموزان کلاس، لباس ورزشی سفارش دهد. او از جواد و محمد خواست نظرهای دانش‌آموزان را جمع‌آوری کنند تا رنگ مورد علاقه دانش‌آموزان کلاس مشخص شود.



جواد رنگ مورد نظر همه دانش‌آموزان را از آنها پرسید و پاسخ‌های زیر را دریافت کرد.

سبز، آبی، زرد، زرد، بنفش، زرد، قرمز، زرد، قهوه‌ای، قهوه‌ای، قهوه‌ای، سبز، زرد، آبی، سبز، بنفش، قرمز، قهوه‌ای، قهوه‌ای، آبی، زرد، سبز، قهوه‌ای، زرد، زرد، قرمز، زرد، قرمز، قهوه‌ای، قهوه‌ای و سبز.

محمد به روش دیگری اطلاعات را جمع‌آوری کرد. او ۳ رنگ را تعیین کرد و از همه دانش‌آموزان خواست یکی از این سه رنگ را انتخاب کنند. او پاسخ‌های زیر را دریافت کرد.

سبز، قهوه‌ای، قهوه‌ای، سبز، زرد، زرد، سبز، قهوه‌ای، زرد، سبز، زرد، زرد، سبز، قهوه‌ای، زرد، سبز، زرد، زرد، قهوه‌ای، سبز، زرد، زرد، قهوه‌ای، سبز، زرد، زرد، قهوه‌ای و زرد. دو روش جمع‌آوری اطلاعات را با هم مقایسه کنید. ویژگی‌های مثبت و منفی هر روش را بیان کنید.

علم آمار، علم جمع‌آوری اطلاعات، سازماندهی و بررسی آنهاست. اطلاعات جمع‌آوری‌شده را **داده‌های آماری** می‌گویند.

همان‌طور که می‌بینید، داده‌های جمع‌آوری‌شده به صورتی نوشته شده‌اند که شمردن، مقایسه و بررسی آنها دشوار است. اولین گام این است که آنها را در جدول داده‌های زیر سازماندهی کنید. با همکاری یکی از دوستانتان چوب‌خط را مانند نمونه‌های زیر رسم کنید (یک دانش‌آموز رنگ‌ها را بخواند و دانش‌آموز دیگر برای هر بار خوانده شدن یک رنگ، یک خط رسم کند).

|   |    |     |      |       |        |       |
|---|----|-----|------|-------|--------|-------|
| ۱ | ۲  | ۳   | ۴    | ۵     | ۶      |       |
| / | // | /// | //// | ##### | #####/ |       |
|   |    |     |      |       |        | رنگ   |
|   |    |     |      |       |        | تعداد |

جدول داده‌های جمع‌آوری‌شده توسط جواد

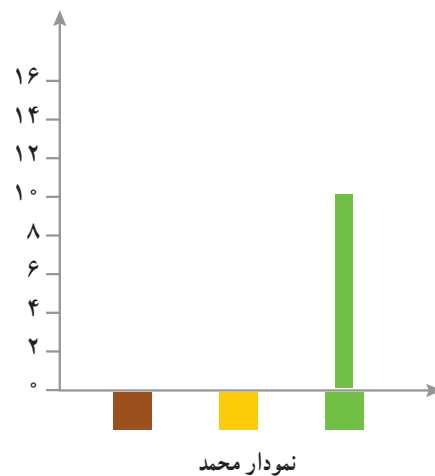
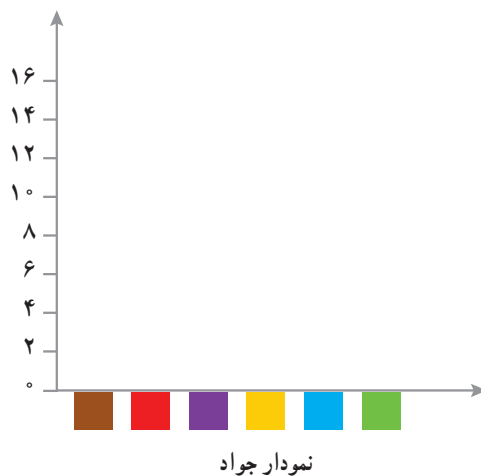
| رنگ   |  |  |  |  |  |  |  |
|-------|--|--|--|--|--|--|--|
| تعداد |  |  |  |  |  |  |  |
|       |  |  |  |  |  |  |  |

جدول داده‌های جمع‌آوری شده توسط محمد

- ۱- با توجه به جدول‌ها، معلم ورزش، کدام رنگ را انتخاب می‌کند؟
- ۲- چرا آمار رنگ‌های جدول دوم با جدول اول متفاوت است؟ برای مثال چرا تعداد نظرات در مورد رنگ زرد در دو جدول متفاوت شده است؟

برای مقایسه و بررسی بهتر داده‌های آماری از انواع نمودارها استفاده می‌کنند. هر نمودار با توجه به موضوعی که داده‌های آن جمع‌آوری شده است و نوع اطلاعات به‌دست آمده، کارایی دارد. برای مثال **نمودار میله‌ای** برای مقایسه تعداد، پیدا کردن بیشترین و کمترین داده به‌کار می‌رود. در حال حاضر نرم‌افزارهای زیادی برای رسم انواع نمودارها وجود دارند. آنچه اهمیت دارد رسم نمودار نیست؛ بلکه انتخاب نمودار مناسب برای موضوع مورد نظر است. در ادامه با انواع نمودارها و کاربردهای آنها آشنا می‌شوید.

معلم برای اینکه داده‌های جمع‌آوری شده را بهتر نمایش دهد، از جواد و محمد خواست جدول داده‌های خود را به نمودار میله‌ای تبدیل کنند. جواد و محمد هر کدام، مقیاس‌های مختلفی برای رسم نمودار انتخاب کردند. با توجه به جدول داده‌هایی که به‌دست آورده‌اید، نمودارهای آنها را رسم کنید.



- ۱- این دو نمودار را با هم مقایسه کنید و جنبه‌های مثبت و منفی هر کدام را بنویسید.
- ۲- به نظر شما کدام نمودار، اطلاعات دقیق‌تری به ما می‌دهد؟ کدام یک برای مقایسه، ساده‌تر است؟
- ۳- با توجه به نمودارها، کدام رنگ برای لباس ورزشی دانش‌آموزان انتخاب می‌شود؟

در کتاب‌های درسی دیگر خود یا در روزنامه‌ها و مجله‌ها جست‌وجو کنید و نمودارهای آماری را بیابید. هر دانش‌آموز یک نمودار را به کلاس بیاورد و درباره آن توضیح دهد و بگوید که از مشاهده این نمودار چه چیزی فهمیده است.

۱- میزان بارندگی در شهر رشت طی یک سال در هر ماه به شرح زیر بوده است.  
(واحد اندازه‌گیری، میلی‌متر است.)



|            |             |          |        |          |            |
|------------|-------------|----------|--------|----------|------------|
| فروردین ۷۱ | اردیبهشت ۶۲ | خرداد ۵۰ | تیر ۵۵ | مرداد ۶۵ | شهریور ۱۴۱ |
| مهر ۱۸۹    | آبان ۱۸۰    | آذر ۱۷۱  | دی ۱۵۰ | بهمن ۱۲۱ | اسفند ۱۲۸  |

جدول داده‌ها و نمودار ستونی آن را با انتخاب مقیاس مناسب رسم کنید؛ سپس به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.



(الف) میزان بارندگی در یک ماه یعنی چه؟

(ب) بیشترین و کمترین مقدار بارندگی در چه ماه‌هایی بوده است؟

(ج) پرباران‌ترین فصل شامل چه ماه‌هایی است؟

(د) در کدام ماه‌ها وضعیت هوا برای کارهای ساختمانی مناسب‌تر است؟

(هـ) در چه ماه‌هایی بارندگی بیشتر از ۱۴۰ میلی‌متر بوده است؟

(و) میانگین ماهانه بارندگی این سال در شهر رشت چقدر است؟

۲- اگر بخواهید مهم‌ترین موضوع‌های درسی ریاضی در کتاب پایه هفتم را بدانید و به ترتیب اهمیت، آنها را مرتب کنید، آمار و

اطلاعات را چگونه و با چه روشی جمع‌آوری می‌کنید؟ چه چیزی معیار اهمیت یک موضوع است؟

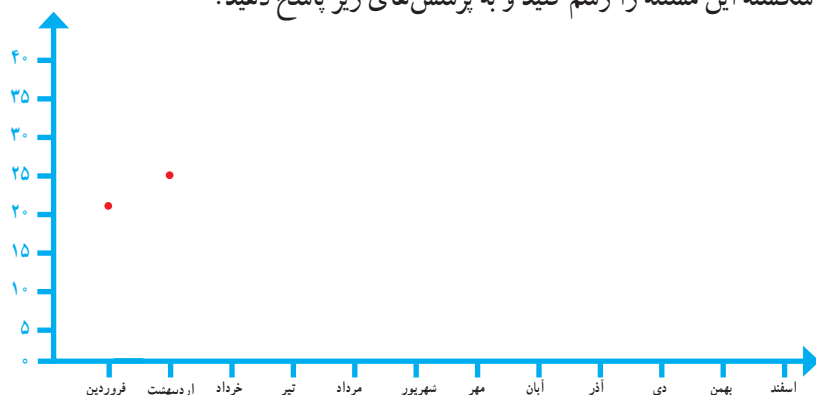
## نمودارها و تفسیر نتیجه‌ها

میانگین دمای هوای یزد در ۱۲ ماه یک سال در جدول زیر آمده است.

| ماه | فروردین | اردیبهشت | خرداد | تیر | مرداد | شهریور | مهر | آبان | آذر | دی | بهمن | اسفند |
|-----|---------|----------|-------|-----|-------|--------|-----|------|-----|----|------|-------|
| دما | ۲۱      | ۲۵       | ۳۰    | ۳۱  | ۳۴    | ۲۷     | ۲۴  | ۱۵   | ۱۰  | ۸  | ۱۰   | ۱۲    |

مقدار میانگین دما در هر ماه را روی شکل زیر مانند نمونه با یک نقطه نشان دهید.

با وصل کردن این نقطه‌ها به هم، نمودار خط شکسته این مسئله را رسم کنید و به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.



۱- معنای میانگین دمای ماهانه چیست؟

۲- نمودار خط شکسته چه چیزی را بهتر از جدول داده‌ها نشان می‌دهد؟

۳- گرم‌ترین و سردترین ماه را در این شهر پیدا کنید.

۴- بیشترین تغییر دما بین کدام دو ماه پشت سر هم بوده است؟

۵- میانگین دمای این دوازده ماه را به دست آورید.

**نمودار خط شکسته** برای نمایش تغییرات کاربرد دارد؛ بنابراین در موضوع‌هایی که تغییرات اهمیت دارد، از این نمودار

استفاده می‌شود. برای نمونه تغییرات در بازارهای مالی، قیمت طلا، نفت، سهام و... را با این نمودار نشان می‌دهند.

گاهی وقت‌ها به جای داده‌های واقعی از مقدار تقریبی آنها استفاده می‌کنیم. در برنامه‌ریزی‌های کلان به عددهای واقعی و دقیق نیاز نداریم. برای مثال مقدار تولید گندم یک استان را به صورت چند هزار تن بیان می‌کنند؛ یعنی مقدار کمتر از ۱۰۰۰ تن یا یک میلیون کیلوگرم در این بررسی اهمیت ندارد.

در جدول زیر جمعیت برخی از استان‌های کشور در یکی از سال‌های گذشته آمده است.

| استان        | آذربایجان شرقی | البرز   | خراسان شمالی | هرمزگان | ایلام  |
|--------------|----------------|---------|--------------|---------|--------|
| جمعیت        | ۳۷۲۴۶۲۰        | ۲۴۱۲۵۱۳ | ۸۶۷۷۲۷       | ۱۵۷۸۱۸۳ | ۵۵۷۵۹۹ |
| مقدار تقریبی |                |         |              |         |        |

جمعیت

ابتدا مقدار تقریبی هر عدد را با تقریب کمتر از ۱۰۰۰۰۰۰ گرد کنید.

مانند نمونه با رسم یک  برای هر ۲۰۰۰۰۰۰ نفر، نمودار تصویری آن را رسم کنید.

۱- هر  نشان دهنده چند نفر است؟

۲- از نمودار تصویری چه اطلاعات جدیدی می توان به دست آورد؟

۳- این نمودار در چه مواردی کاربرد دارد؟



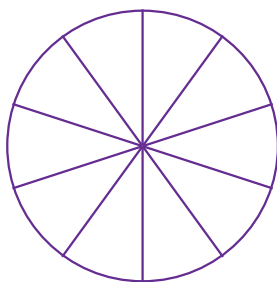
بعضی از داده ها و اطلاعات جمع آوری شده نشان می دهد که یک مقدار مشخص به چه نسبتی به بخش های کوچک تر تقسیم شده است. در این موارد می توان تقسیم شدن را روی یک شکل مثل دایره نشان داد و سهم هر بخش را روی دایره مشخص کرد. در **نمودار دایره ای** به طور معمول نسبت و سهم هر بخش را به صورت درصد محاسبه می کنند و سپس روی نمودار نمایش می دهند.

چرا بعد از محاسبه درصد، ممکن است نیاز باشد از عددهای تقریبی استفاده کنیم؟

۸۳٪ را با کسری با مخرج ۱۰ تقریب بزنید.

در مدرسه راهنمایی شهید مؤذن پور تعداد کتاب هایی که دانش آموزان امانت گرفته اند، بررسی شده و آمار و اطلاعات زیر به دست آمده است. جدول داده ها را کامل کنید. با توجه به کسرهای با مخرج ۱۰، نمودار دایره ای را کامل کنید.

فعالیت



| نوع کتاب              | مذهبی          | داستانی | علمی | کمک درسی | سایر موارد |
|-----------------------|----------------|---------|------|----------|------------|
| تعداد                 | ۳۹۰            | ۲۱۰     | ۸۱۰  | ۴۰۰      | ۱۹۰        |
| درصد تقریبی           | ۲۰٪            | ۱۰٪     |      |          |            |
| کسر تقریبی با مخرج ۱۰ | $\frac{۲}{۱۰}$ |         |      |          |            |

۱- چگونه درصد مربوط به هر نوع کتاب را به دست می آورید؟

۲- با توجه به نمودار، دانش آموزان این مدرسه بیشتر به چه نوع کتابی علاقه دارند؟

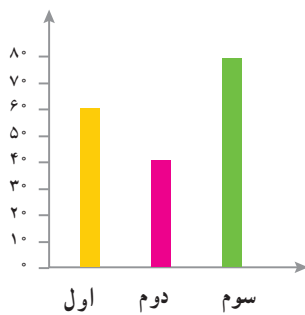
۳- اگر مسئول کتابخانه بخواهد کتاب های جدیدی برای مدرسه بخرد، باید به کدام نوع کتاب بیشتر توجه کند؟ چرا؟

۴- اگر اطلاعات دیگری از کتابخانه این مدرسه داشتید، تفسیر و توصیف بهتری از نتیجه نمودار بالا به دست می آوردید؟

| شماره کفش | چوب خط | تعداد |
|-----------|--------|-------|
| ۳۶        | ////   |       |
| ۳۷        | ////   |       |
| ۳۸        | ////   |       |
| ۳۹        | ////   |       |
| ۴۰        | ////   |       |
| ۴۱        | ////   |       |
| ۴۲        | ////   |       |
| ۴۳        | ////   |       |

۱- جدول روبه‌رو تعداد و شماره کفش ساکنان یک ساختمان را نشان می‌دهد.

اگر در یک مغازه فقط کفش‌های کوچک‌تر از شماره ۴۰ فروخته شود، چند نفر از ساکنان این ساختمان می‌توانند از این مغازه کفش بخرند؟

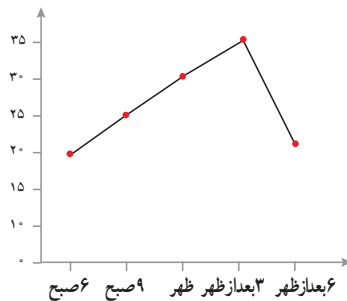


۲- تعداد دانش‌آموزان پایه‌های اول، دوم و سوم دبستان یک مدرسه در نمودار

زیر نشان داده شده است.

هر ۱۰ دانش‌آموز را با یک 😊 نشان دهید و نمودار

تصویری روبه‌رو را کامل کنید.

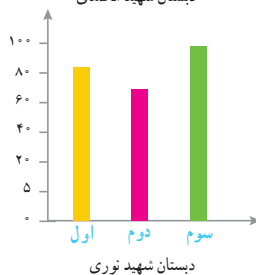
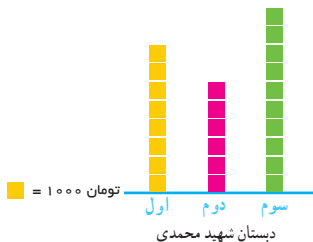


۳- با توجه به نمودار، جدول داده‌ها را کامل کنید.

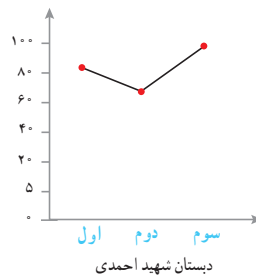
| زمان       | ۶ صبح | ۹ صبح | ظهر | ۳ بعدازظهر | ۶ بعدازظهر |
|------------|-------|-------|-----|------------|------------|
| درجه حرارت |       |       |     |            |            |

با توجه به نمودار، تغییرهای دما را توصیف کنید.

تغییر دما بین کدام ساعت‌ها بیشتر بوده است؟ فکر می‌کنید این نمودار مربوط به کدام فصل سال است؟ چرا؟



دبستان شهید محمدی



۴- دانش‌آموزان کلاس‌های اول تا سوم چند

دبستان بولی را که برای جشن نیکوکاری جمع‌آوری

کرده‌اند، با ۴ نمودار مختلف نشان داده‌اند. اگر بخواهیم

تشخیص دهیم که کدام کلاس سهم بیشتری در این امر

خیر داشته است، کدام نمودار برای این موضوع مناسب‌تر

است؟ چرا؟

کدام اتفاق‌ها از میان موارد زیر حتماً رخ می‌دهند؟ کدام‌ها ممکن نیست رخ دهند؟ کدام موارد ممکن است اتفاق بیفتند؛ ولی حتمی نیستند؟



- (الف) بلافاصله بعد از ماه فروردین، ماه خرداد باشد.
- (ب) امروز تولد یکی از همکلاسی‌هایتان باشد.
- (ج) تولد شما در این ماه باشد.
- (د) یک تاس بیندازید، عددی بزرگ‌تر از ۷ بیاید.
- (ه) یک تاس بیندازید، عددی زوج بیاید.
- (و) یک تاس بیندازید، عددی کوچک‌تر از ۷ بیاید.
- (ز) بدون نگاه کردن به رنگ مهره‌ها، یک مهره از کیسهٔ روبه‌رو بیورید که آبی باشد.

پاسخ‌هایتان را با دوستانتان مقایسه کنید. در کدام موارد همه پاسخ یکسانی داده‌اید؟ در کدام موارد پاسخ‌هایتان با هم فرق می‌کند؟ برای هر عبارت گزینهٔ مناسب را انتخاب کنید. در مورد دلیل انتخاب خود با هم کلاسی‌هایتان گفت‌وگو کنید.

حتمی است      ممکن است اما حتمی نیست      غیرممکن است

|                       |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |

- (الف) تیم ملی فوتبال ایران در اولین بازی بعدی خود پیروز شود.
- (ب) مجموع دو عدد، عددی زوج باشد.
- (ج) اگر بذر گندم بکاریم، جو سبز شود.
- (د) اگر توبی را به سمت بالا بیندازیم به پایین برگردد.
- (ه) اگر توبی را به سمت حلقهٔ بسکتبال بیندازیم، گل شود.
- (و) اگر سکه‌ای را به هوا پرتاب کنیم، به پشت روی زمین می‌افتد.

۱- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد؛ یا سکه رو می‌آید

یا پشت، این دو حالت مشابه هم‌اند.

در هریک از موارد زیر همهٔ حالت‌های مشابهی را که ممکن است اتفاق بیفتد، بنویسید.



(الف) تاس می‌اندازیم.

(ب) یک مهره را به طور تصادفی از کیسه‌ای که سه مهره به رنگ‌های سبز، زرد و آبی دارد، بیرون می‌آوریم.

(ج) عقربهٔ چرخندهٔ روبه‌رو را می‌چرخانیم.

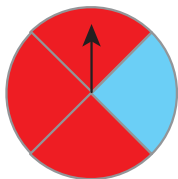
۲- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد: یا سکه رو می‌آید یا پشت. چون این دو حالت مشابه‌اند، شانس رو آمدن سکه با شانس پشت آمدن آن برابر است. در کدام یک از موارد زیر شانس رخ دادن دو اتفاق با هم برابر است؟

الف) تاس می‌اندازیم، عدد  بیاید.

تاس می‌اندازیم، عدد  بیاید.

ب) عقربه چرخنده روبه‌رو را می‌چرخانیم، روی آبی بایستد.

عقربه چرخنده روبه‌رو را می‌چرخانیم، روی قرمز بایستد.



وقتی یک سکه را می‌اندازیم، دو حالت **هم‌شانس** ممکن است اتفاق بیفتد، یا سکه رو می‌آید یا پشت و چون در یک حالت از این دو حالت ممکن، سکه رو می‌آید؛ پس احتمال رو آمدن سکه  $\frac{1}{2}$  است.

به این ترتیب برای بیان اندازه **شانس** رخ دادن یک اتفاق، از یک عدد استفاده کرده‌ایم که **احتمال** رخ دادن آن اتفاق نامیده می‌شود.

برای اینکه احتمال رخ دادن یک اتفاق را به‌دست آوریم، ابتدا همه حالت‌های ممکن را می‌یابیم، سپس حالت‌های موردنظر را از میان حالت‌های ممکن پیدا می‌کنیم. احتمال رخ دادن اتفاق موردنظر برابر است با نسبت تعداد حالت‌های موردنظر به تعداد حالت‌های ممکن؛ بنابراین:

$$\text{احتمال رخ دادن یک اتفاق} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن}}$$

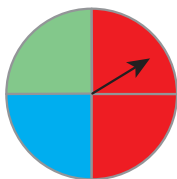
۱- احتمال اتفاق افتادن هر اتفاق را با یک کسر بیان کنید. توضیح دهید صورت و مخرج هر کسر را چگونه پیدا کرده‌اید.

الف) تاس می‌اندازیم، عددی زوج بیاید.

ب) تاس می‌اندازیم، عددی بخش‌پذیر بر ۳ بیاید.

ج) عقربه چرخنده مقابل روی سبز قرار بگیرد.

د) عقربه چرخنده مقابل روی قرمز قرار بگیرد.



۲- چرا احتمال رخ دادن یک اتفاق، صفر، یک یا عددی بین صفر و یک است؟

۳- الف) صفر بودن احتمال به چه معناست؟

ب) یک بودن احتمال به چه معناست؟

۱- برای هریک از موارد زیر یک مثال بنویسید.

الف) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن صفر باشد.

ب) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن  $\frac{1}{4}$  باشد.

ج) اتفاقی که احتمال رخ دادن آن یک باشد.

۲- احتمال رخ دادن هر اتفاق را با قرار دادن یک نقطه روی پاره خط مقابل آن مشخص کنید.



الف) تاس می اندازیم، عدد ۹ بیاید.



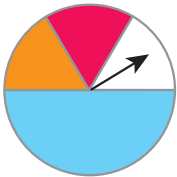
ب) تاس می اندازیم، عدد  بیاید.



ج) تاس می اندازیم، عددی زوج بیاید.



د) تاس می اندازیم، عددی کوچک تر از ۷ بیاید.



۳- احتمال ایستادن عقربه چرخنده مقابل، روی رنگ قرمز را حساب کنید.

۴- در هر کیسه فقط یک مهره سیاه وجود دارد و بقیه مهره ها سفیدند. از هر کیسه یک مهره را به صورت تصادفی بیرون

می آوریم. احتمال بیرون آمدن مهره سیاه از کدام کیسه بیشتر است؟ چرا؟



۵- با قرار دادن علامت  $>$  یا  $=$  یا  $<$  احتمال وقوع اتفاق ها را با هم مقایسه کنید.

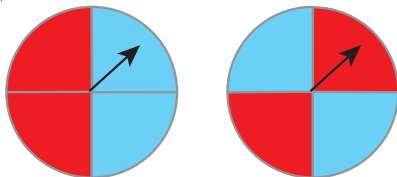
تاس ۱ یا ۲ بیاید  تاس ۳ بیاید.

تاس عددی کمتر از ۴ بیاید  تاس ۴ یا ۵ بیاید.

۶- در شکل زیر دو هدف تیراندازی می بینید.

بدون هدف گیری یک تیر به سمت هریک از این هدف ها پرتاب می کنیم؛ فکر می کنید احتمال خوردن تیر به رنگ قرمز در کدام

هدف بیشتر است؟ چرا؟



۱- محسن می خواهد یک سکه بیندازد؛ سکه، رو می آید یا پشت؟

او سکه را می اندازد. سکه رو می آید. اگر دوباره سکه را بیندازد، رو می آید یا پشت؟

محسن سه بار سکه را می اندازد و هر سه بار رو می آید. اگر یک بار دیگر سکه را بیندازد، رو می آید یا پشت؟

۲- شما هم تجربه کنید! یک سکه بردارید، آن را ۱۰ بار بیندازید و در هر آزمایش، وضعیت سکه را با رسم چوب خط، در جدول



مقابل یادداشت کنید.

جدولتان را با دوستانتان مقایسه کنید. آیا جدول همه با هم یکسان است؟

نسبت تعداد رو آمدن سکه به تعداد کل آزمایش ها را با توجه به جدول خودتان،

به صورت یک کسر بنویسید.

کسرتان را با کسرهای به دست آمده در کلاس مقایسه کنید. آیا کسرها با هم مساوی

هستند؟

۱- در یک کیسه ۱ مهره قرمز و ۲ مهره آبی قرار دهید. یک مهره را به صورت تصادفی از کیسه بیرون بیاورید و رنگ آن را

یادداشت کنید. مهره را دوباره درون کیسه قرار دهید. این آزمایش را ۹ بار دیگر هم انجام دهید و جدول زیر را کامل کنید:

| نوبت آزمایش | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| رنگ مهره    |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |

جدولتان را با دوستانتان مقایسه کنید. آیا جدول همه با هم یکسان است؟

در چه کسری از آزمایش ها مهره قرمز از کیسه بیرون آمد؟

در چه کسری مهره آبی؟

حاصل جمع این دو کسر را حساب کنید.

پاسخ ها را با دوستانتان مقایسه کنید. چه تفاوت ها و شباهت هایی مشاهده

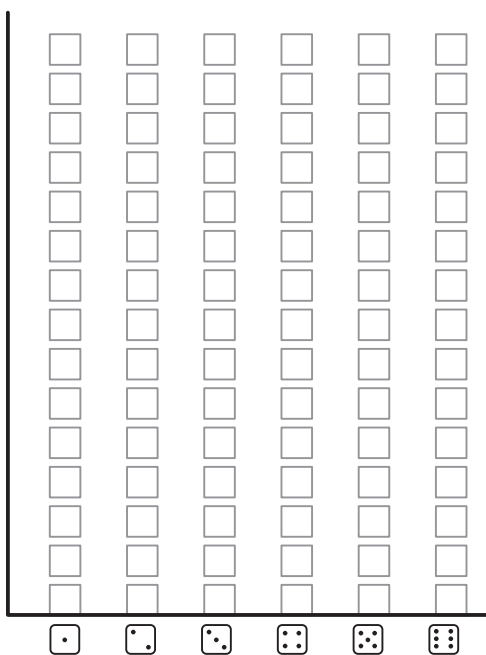
می کنید؟

۲- یک تاس را ۳۰ بار بیندازید و عدد روی تاس را در نمودار مقابل ثبت

کنید.

پاسختان را با دوستانتان مقایسه کنید.

آیا در ۳۰ آزمایش انجام شده، هر عدد دقیقاً ۵ بار مشاهده می شود؟





۱- در فعالیت صفحه قبل هریک، ۱۰ بار سکه را پرتاب کردید و نتیجه آزمایش‌ها را یادداشت کردید. اکنون نتایج به‌دست‌آمده در کل کلاس را با هم جمع کنید و در جدول روبه‌رو بنویسید (مثلاً اگر ۳۰ دانش‌آموز در کلاس شما باشند، نتایج ۳۰۰ آزمایش در جدول می‌آید).

تعداد کل آزمایش‌ها را به‌دست آورید.

در چه کسری از آزمایش‌ها، سکه رو آمده است؟

در چه کسری از آزمایش‌ها، سکه پشت آمده است؟

۲- عبارت زیر را بخوانید و درباره آن گفت‌وگو کنید.

«وقتی می‌گوییم در آزمایش پرتاب سکه، احتمال رو آمدن  $\frac{1}{2}$  است یعنی انتظار داریم در تعداد زیاد آزمایش‌ها، تقریباً در  $\frac{1}{2}$  موارد، سکه رو بیاید».

۳- الف) آیا همیشه در ۲۰ بار پرتاب سکه، دقیقاً ۱۰ بار سکه رو می‌آید؟

ب) انتظار دارید در ۱۰۰۰ بار پرتاب سکه، تعداد رو آمدن‌ها تقریباً چند بار باشد؟

ج) آیا ممکن است در ۵۰۰ بار پرتاب یک سکه، ۴۰۰ بار سکه پشت بیاید؟

۱- الف) آیا ممکن است در ۱۰ بار پرتاب تاس، عدد ۶ نیاید؟

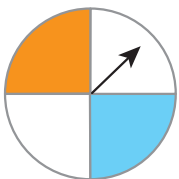
ب) آیا همیشه در ۳۰۰ بار پرتاب یک تاس، هریک از عددها دقیقاً ۵۰ بار دیده می‌شود؟

۲- عقربه چرخنده مقابل را می‌چرخانیم.

الف) چرخنده به چند قسمت مساوی تقسیم شده است؟

ب) احتمال ایستادن عقربه روی هریک از قسمت‌ها چقدر است؟

ج) احتمال ایستادن عقربه روی هریک از رنگ‌ها را محاسبه کنید.



= احتمال نارنجی

= احتمال آبی

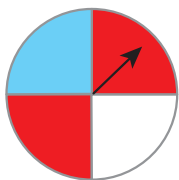
= احتمال سفید

د) اگر ۴۰۰ بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی هر قسمت قرار بگیرد؟

ه) اگر ۴۰۰ بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی رنگ سفید قرار بگیرد؟



۱- عقربه چرخنده روبه رو را می چرخانیم؛ احتمال ایستادن عقربه روی کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟



۲- در یک کیسه ۴ مهره آبی و ۱ مهره قرمز قرار داده ایم.

یک مهره را به طور تصادفی بیرون می آوریم، رنگ آن را یادداشت می کنیم و به کیسه برمی گردانیم.

می خواهیم این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهیم.

آیا می توانیم پیش از انجام کار، مشخص کنیم که در چه کسری از آزمایش ها مهره آبی بیرون می آید؟ چرا؟

۳- یک تاس را ۲۰ بار، پرتاب و نتیجه آزمایش ها را در جدول یادداشت کرده ایم:

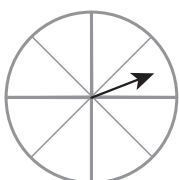
| نوبت آزمایش | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ | ۸ | ۹ | ۱۰ | ۱۱ | ۱۲ | ۱۳ | ۱۴ | ۱۵ | ۱۶ | ۱۷ | ۱۸ | ۱۹ | ۲۰ |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| عدد تاس     | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱ | ۱  | ۱  | ۱  | ۱  | ۱  | ۱  | ۱  | ۱  | ۱  | ۱  | ۱  |

هر یک از عددهای روی تاس، در چه کسری از آزمایش ها آمده است؟

آیا می توانید بدون محاسبه، حاصل جمع این کسرها را به دست آورید؟ چگونه؟

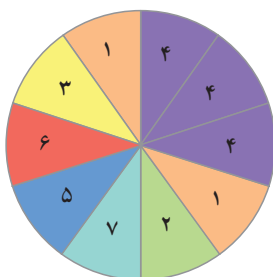
۴- الف) انتظار دارید در ۱۰۰۰ بار پرتاب تاس، تقریباً چند بار ۱ بیاید؟

ب) انتظار دارید در ۱۰۰۰ بار پرتاب تاس، تقریباً چند بار عددی زوج بیاید؟



۵- چرخنده مقابل را طوری رنگ کنید که احتمال ایستادن عقربه روی رنگ سفید، برابر صفر باشد؛

یعنی ایستادن عقربه روی رنگ سفید، غیرممکن شود.



۶- عقربه چرخنده مقابل را می چرخانیم.

الف) احتمال ایستادن عقربه روی هر یک از عددها را محاسبه کنید.

احتمال ۱ =                      احتمال ۲ =                      احتمال ۳ =

احتمال ۵ =                      احتمال ۶ =                      احتمال ۷ =

ب) اگر ۱۰۰۰ بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی عدد ۳ قرار بگیرد؟

ج) اگر ۱۰۰۰ بار عقربه را بچرخانیم، انتظار داریم عقربه تقریباً چند بار روی عدد ۴ قرار بگیرد؟

در این فصل، اصطلاحات زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود، آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

- آمار
- جمع‌آوری داده
- نمونه‌گیری
- اتفاق‌های هم‌شانس
- احتمال

در این فصل، روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- سازماندهی داده‌ها در جدول
- رسم نمودار ستونی
- رسم نمودار خط شکسته
- رسم نمودار تصویری
- کاربرد هر یک از نمودارها در مسائل مختلف
- انتخاب نمودار مناسب برای موضوع مورد نظر
- تشخیص حتمی، ممکن یا غیرممکن بودن یک اتفاق
- پیدا کردن احتمال رخ دادن یک اتفاق
- آزمایش و ثبت نتایج مربوط به یک اتفاق تصادفی
- مقایسه احتمال رخ دادن یک اتفاق با نتایج آزمایش‌ها

### کاربرد

آمار و احتمال در زندگی روزمره، کاربرد وسیعی دارد. به کمک اطلاعات آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع رخدادها از جمله بارندگی، سیل، بارش برف و... را پیش‌بینی کنیم.

### تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های ترکیبی زیر را انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید. یک تاس را ۱۰ بار بیندازید و نسبت تعداد دفعاتی را که عدد زوج آمده، به تعداد کل آزمایش‌ها، پیدا کنید و با یک کسر، نمایش دهید.

احتمال زوج بودن عدد روی تاس را محاسبه کنید و با یک کسر، نمایش دهید.

آیا این دو کسر همیشه با هم برابرند؟

آیا ممکن است این دو کسر با هم برابر باشند؟

آیا می‌توان گفت که وقتی تعداد آزمایش‌ها زیاد می‌شود، انتظار داریم که این دو کسر تقریباً برابر شوند؟



معلّمان محترم، صاحب نظران، دانش آموزان عزیز و اولیای آنان می توانند نظر اصلاحی خود را درباره مطالب کتاب های درسی از طریق سامانه «نظرسنجی از محتوای کتاب درسی» به نشانی [nazar.roshd.ir](mailto:nazar.roshd.ir) یا نامه به نشانی تهران - صندوق پستی ۴۸۷۴ - ۱۵۸۷۵ ارسال کنند.



سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی