

۱- مقدار عبارت گویای $A = \frac{x^2 - 3\sqrt{2}x^2 + 3\sqrt{4}x - 1}{x^2 - 3\sqrt{3}x^2 + 3\sqrt{9}x - 3} + 1$ به ازای $x = \sqrt{2} + \sqrt{3}$ کدام است؟

۰٫۸ (۴) ✓ ۰٫۶ (۳) ۰٫۴ (۲) ۰٫۲ (۱)

$\Rightarrow A = \frac{(x - \sqrt{2})^3 + 1}{(x - \sqrt{3})^3 + 3} \stackrel{\text{جایگزینی}}{=} \frac{4}{5} = 0.8$

۲- اگر $a = 4$ و 11 ، $3a + 2$ ، به ترتیب جملات چهارم، هفتم و نهم یک الگوی خطی باشند، چند جمله از این الگو مثبت است؟

۱۱ (۴) ۱۰ (۳) ۹ (۲) ✓ ۸ (۱)

$- , - , - , 3a+2 , - , - , 11 , - , a-4$

$d = -4$
 $11, 7, 3, -1, -5, -9, -13, -17, -21, -25, -29, -33, -37, -41, -45, -49, -53, -57, -61, -65, -69, -73, -77, -81, -85, -89, -93, -97, -101, -105, -109, -113, -117, -121, -125, -129, -133, -137, -141, -145, -149, -153, -157, -161, -165, -169, -173, -177, -181, -185, -189, -193, -197, -201, -205, -209, -213, -217, -221, -225, -229, -233, -237, -241, -245, -249, -253, -257, -261, -265, -269, -273, -277, -281, -285, -289, -293, -297, -301, -305, -309, -313, -317, -321, -325, -329, -333, -337, -341, -345, -349, -353, -357, -361, -365, -369, -373, -377, -381, -385, -389, -393, -397, -401, -405, -409, -413, -417, -421, -425, -429, -433, -437, -441, -445, -449, -453, -457, -461, -465, -469, -473, -477, -481, -485, -489, -493, -497, -501, -505, -509, -513, -517, -521, -525, -529, -533, -537, -541, -545, -549, -553, -557, -561, -565, -569, -573, -577, -581, -585, -589, -593, -597, -601, -605, -609, -613, -617, -621, -625, -629, -633, -637, -641, -645, -649, -653, -657, -661, -665, -669, -673, -677, -681, -685, -689, -693, -697, -701, -705, -709, -713, -717, -721, -725, -729, -733, -737, -741, -745, -749, -753, -757, -761, -765, -769, -773, -777, -781, -785, -789, -793, -797, -801, -805, -809, -813, -817, -821, -825, -829, -833, -837, -841, -845, -849, -853, -857, -861, -865, -869, -873, -877, -881, -885, -889, -893, -897, -901, -905, -909, -913, -917, -921, -925, -929, -933, -937, -941, -945, -949, -953, -957, -961, -965, -969, -973, -977, -981, -985, -989, -993, -997, -1001, -1005, -1009, -1013, -1017, -1021, -1025, -1029, -1033, -1037, -1041, -1045, -1049, -1053, -1057, -1061, -1065, -1069, -1073, -1077, -1081, -1085, -1089, -1093, -1097, -1101, -1105, -1109, -1113, -1117, -1121, -1125, -1129, -1133, -1137, -1141, -1145, -1149, -1153, -1157, -1161, -1165, -1169, -1173, -1177, -1181, -1185, -1189, -1193, -1197, -1201, -1205, -1209, -1213, -1217, -1221, -1225, -1229, -1233, -1237, -1241, -1245, -1249, -1253, -1257, -1261, -1265, -1269, -1273, -1277, -1281, -1285, -1289, -1293, -1297, -1301, -1305, -1309, -1313, -1317, -1321, -1325, -1329, -1333, -1337, -1341, -1345, -1349, -1353, -1357, -1361, -1365, -1369, -1373, -1377, -1381, -1385, -1389, -1393, -1397, -1401, -1405, -1409, -1413, -1417, -1421, -1425, -1429, -1433, -1437, -1441, -1445, -1449, -1453, -1457, -1461, -1465, -1469, -1473, -1477, -1481, -1485, -1489, -1493, -1497, -1501, -1505, -1509, -1513, -1517, -1521, -1525, -1529, -1533, -1537, -1541, -1545, -1549, -1553, -1557, -1561, -1565, -1569, -1573, -1577, -1581, -1585, -1589, -1593, -1597, -1601, -1605, -1609, -1613, -1617, -1621, -1625, -1629, -1633, -1637, -1641, -1645, -1649, -1653, -1657, -1661, -1665, -1669, -1673, -1677, -1681, -1685, -1689, -1693, -1697, -1701, -1705, -1709, -1713, -1717, -1721, -1725, -1729, -1733, -1737, -1741, -1745, -1749, -1753, -1757, -1761, -1765, -1769, -1773, -1777, -1781, -1785, -1789, -1793, -1797, -1801, -1805, -1809, -1813, -1817, -1821, -1825, -1829, -1833, -1837, -1841, -1845, -1849, -1853, -1857, -1861, -1865, -1869, -1873, -1877, -1881, -1885, -1889, -1893, -1897, -1901, -1905, -1909, -1913, -1917, -1921, -1925, -1929, -1933, -1937, -1941, -1945, -1949, -1953, -1957, -1961, -1965, -1969, -1973, -1977, -1981, -1985, -1989, -1993, -1997, -2001, -2005, -2009, -2013, -2017, -2021, -2025, -2029, -2033, -2037, -2041, -2045, -2049, -2053, -2057, -2061, -2065, -2069, -2073, -2077, -2081, -2085, -2089, -2093, -2097, -2101, -2105, -2109, -2113, -2117, -2121, -2125, -2129, -2133, -2137, -2141, -2145, -2149, -2153, -2157, -2161, -2165, -2169, -2173, -2177, -2181, -2185, -2189, -2193, -2197, -2201, -2205, -2209, -2213, -2217, -2221, -2225, -2229, -2233, -2237, -2241, -2245, -2249, -2253, -2257, -2261, -2265, -2269, -2273, -2277, -2281, -2285, -2289, -2293, -2297, -2301, -2305, -2309, -2313, -2317, -2321, -2325, -2329, -2333, -2337, -2341, -2345, -2349, -2353, -2357, -2361, -2365, -2369, -2373, -2377, -2381, -2385, -2389, -2393, -2397, -2401, -2405, -2409, -2413, -2417, -2421, -2425, -2429, -2433, -2437, -2441, -2445, -2449, -2453, -2457, -2461, -2465, -2469, -2473, -2477, -2481, -2485, -2489, -2493, -2497, -2501, -2505, -2509, -2513, -2517, -2521, -2525, -2529, -2533, -2537, -2541, -2545, -2549, -2553, -2557, -2561, -2565, -2569, -2573, -2577, -2581, -2585, -2589, -2593, -2597, -2601, -2605, -2609, -2613, -2617, -2621, -2625, -2629, -2633, -2637, -2641, -2645, -2649, -2653, -2657, -2661, -2665, -2669, -2673, -2677, -2681, -2685, -2689, -2693, -2697, -2701, -2705, -2709, -2713, -2717, -2721, -2725, -2729, -2733, -2737, -2741, -2745, -2749, -2753, -2757, -2761, -2765, -2769, -2773, -2777, -2781, -2785, -2789, -2793, -2797, -2801, -2805, -2809, -2813, -2817, -2821, -2825, -2829, -2833, -2837, -2841, -2845, -2849, -2853, -2857, -2861, -2865, -2869, -2873, -2877, -2881, -2885, -2889, -2893, -2897, -2901, -2905, -2909, -2913, -2917, -2921, -2925, -2929, -2933, -2937, -2941, -2945, -2949, -2953, -2957, -2961, -2965, -2969, -2973, -2977, -2981, -2985, -2989, -2993, -2997, -3001, -3005, -3009, -3013, -3017, -3021, -3025, -3029, -3033, -3037, -3041, -3045, -3049, -3053, -3057, -3061, -3065, -3069, -3073, -3077, -3081, -3085, -3089, -3093, -3097, -3101, -3105, -3109, -3113, -3117, -3121, -3125, -3129, -3133, -3137, -3141, -3145, -3149, -3153, -3157, -3161, -3165, -3169, -3173, -3177, -3181, -3185, -3189, -3193, -3197, -3201, -3205, -3209, -3213, -3217, -3221, -3225, -3229, -3233, -3237, -3241, -3245, -3249, -3253, -3257, -3261, -3265, -3269, -3273, -3277, -3281, -3285, -3289, -3293, -3297, -3301, -3305, -3309, -3313, -3317, -3321, -3325, -3329, -3333, -3337, -3341, -3345, -3349, -3353, -3357, -3361, -3365, -3369, -3373, -3377, -3381, -3385, -3389, -3393, -3397, -3401, -3405, -3409, -3413, -3417, -3421, -3425, -3429, -3433, -3437, -3441, -3445, -3449, -3453, -3457, -3461, -3465, -3469, -3473, -3477, -3481, -3485, -3489, -3493, -3497, -3501, -3505, -3509, -3513, -3517, -3521, -3525, -3529, -3533, -3537, -3541, -3545, -3549, -3553, -3557, -3561, -3565, -3569, -3573, -3577, -3581, -3585, -3589, -3593, -3597, -3601, -3605, -3609, -3613, -3617, -3621, -3625, -3629, -3633, -3637, -3641, -3645, -3649, -3653, -3657, -3661, -3665, -3669, -3673, -3677, -3681, -3685, -3689, -3693, -3697, -3701, -3705, -3709, -3713, -3717, -3721, -3725, -3729, -3733, -3737, -3741, -3745, -3749, -3753, -3757, -3761, -3765, -3769, -3773, -3777, -3781, -3785, -3789, -3793, -3797, -3801, -3805, -3809, -3813, -3817, -3821, -3825, -3829, -3833, -3837, -3841, -3845, -3849, -3853, -3857, -3861, -3865, -3869, -3873, -3877, -3881, -3885, -3889, -3893, -3897, -3901, -3905, -3909, -3913, -3917, -3921, -3925, -3929, -3933, -3937, -3941, -3945, -3949, -3953, -3957, -3961, -3965, -3969, -3973, -3977, -3981, -3985, -3989, -3993, -3997, -4001, -4005, -4009, -4013, -4017, -4021, -4025, -4029, -4033, -4037, -4041, -4045, -4049, -4053, -4057, -4061, -4065, -4069, -4073, -4077, -4081, -4085, -4089, -4093, -4097, -4101, -4105, -4109, -4113, -4117, -4121, -4125, -4129, -4133, -4137, -4141, -4145, -4149, -4153, -4157, -4161, -4165, -4169, -4173, -4177, -4181, -4185, -4189, -4193, -4197, -4201, -4205, -4209, -4213, -4217, -4221, -4225, -4229, -4233, -4237, -4241, -4245, -4249, -4253, -4257, -4261, -4265, -4269, -4273, -4277, -4281, -4285, -4289, -4293, -4297, -4301, -4305, -4309, -4313, -4317, -4321, -4325, -4329, -4333, -4337, -4341, -4345, -4349, -4353, -4357, -4361, -4365, -4369, -4373, -4377, -4381, -4385, -4389, -4393, -4397, -4401, -4405, -4409, -4413, -4417, -4421, -4425, -4429, -4433, -4437, -4441, -4445, -4449, -4453, -4457, -4461, -4465, -4469, -4473, -4477, -4481, -4485, -4489, -4493, -4497, -4501, -4505, -4509, -4513, -4517, -4521, -4525, -4529, -4533, -4537, -4541, -4545, -4549, -4553, -4557, -4561, -4565, -4569, -4573, -4577, -4581, -4585, -4589, -4593, -4597, -4601, -4605, -4609, -4613, -4617, -4621, -4625, -4629, -4633, -4637, -4641, -4645, -4649, -4653, -4657, -4661, -4665, -4669, -4673, -4677, -4681, -4685, -4689, -4693, -4697, -4701, -4705, -4709, -4713, -4717, -4721, -4725, -4729, -4733, -4737, -4741, -4745, -4749, -4753, -4757, -4761, -4765, -4769, -4773, -4777, -4781, -4785, -4789, -4793, -4797, -4801, -4805, -4809, -4813, -4817, -4821, -4825, -4829, -4833, -4837, -4841, -4845, -4849, -4853, -4857, -4861, -4865, -4869, -4873, -4877, -4881, -4885, -4889, -4893, -4897, -4901, -4905, -4909, -4913, -4917, -4921, -4925, -4929, -4933, -4937, -4941, -4945, -4949, -4953, -4957, -4961, -4965, -4969, -4973, -4977, -4981, -4985, -4989, -4993, -4997, -5001, -5005, -5009, -5013, -5017, -5021, -5025, -5029, -5033, -5037, -5041, -5045, -5049, -5053, -5057, -5061, -5065, -5069, -5073, -5077, -5081, -5085, -5089, -5093, -5097, -5101, -5105, -5109, -5113, -5117, -5121, -5125, -5129, -5133, -5137, -5141, -5145, -5149, -5153, -5157, -5161, -5165, -5169, -5173, -5177, -5181, -5185, -5189, -5193, -5197, -5201, -5205, -5209, -5213, -5217, -5221, -5225, -5229, -5233, -5237, -5241, -5245, -5249, -5253, -5257, -5261, -5265, -5269, -5273, -5277, -5281, -5285, -5289, -5293, -5297, -5301, -5305, -5309, -5313, -5317, -5321, -5325, -5329, -5333, -5337, -5341, -5345, -5349, -5353, -5357, -5361, -5365, -5369, -5373, -5377, -5381, -5385, -5389, -5393, -5397, -5401, -5405, -5409, -5413, -5417, -5421, -5425, -5429, -5433, -5437, -5441, -5445, -5449, -5453, -5457, -5461, -5465, -5469, -5473, -5477, -5481, -5485, -5489, -5493, -5497, -5501, -5505, -5509, -5513, -5517, -5521, -5525, -5529, -5533, -5537, -5541, -5545, -5549, -5553, -5557, -5561, -5565, -5569, -5573, -5577, -5581, -5585, -5589, -5593, -5597, -5601, -5605, -5609, -5613, -5617, -5621, -5625, -5629, -5633, -5637, -5641, -5645, -5649, -5653, -5657, -5661, -5665, -5669, -5673, -5677, -5681, -5685, -5689, -5693, -5697, -5701, -5705, -5709, -5713, -5717, -5721, -5725, -5729, -5733, -5737, -5741, -5745, -5749, -5753, -5757, -5761, -5765, -5769, -5773, -5777, -5781, -5785, -5789, -5793, -5797, -5801, -5805, -5809, -5813, -5817, -5821, -5825, -5829, -5833, -5837, -5841, -5845, -5849, -5853, -5857, -5861, -5865, -5869, -5873, -5877, -5881, -5885, -5889, -5893, -5897, -5901, -5905, -5909, -5913, -5917, -5921, -5925, -5929, -5933, -5937, -5941, -5945, -5949, -5953, -5957, -5961, -5965, -5969, -5973, -5977, -5981, -5985, -5989, -5993, -5997, -6001, -6005, -6009, -6013, -6017, -6021, -6025, -6029, -6033, -6037, -6041, -6045, -6049, -6053, -6057, -6061, -6065, -6069, -6073, -6077, -6081, -6085, -6089, -6093, -6097, -6101, -6105, -6109, -6113, -6117, -6121, -6125, -6129, -6133, -6137, -6141, -6145, -6149, -6153, -6157, -6161, -6165, -6169, -6173, -6177, -6181, -6185, -6189, -6193, -6197, -6201, -6205, -6209, -6213, -6217, -6221, -6225, -6229, -6233, -6237, -6241, -6245, -6249, -6253, -6257, -6261, -6265, -6269, -6273, -6277, -6281, -6285, -6289, -6293, -6297, -6301, -6305, -6309, -6313, -6317, -6321, -6325, -6329, -6333, -6337, -6341, -6345, -6349, -6353, -6357, -6361, -6365, -6369, -6373, -6377, -6381, -6385, -6389, -6393, -6397, -6401, -6405, -6409, -6413, -6417, -6421, -6425, -6429, -6433, -6437, -6441, -6445, -6449, -6453, -6457, -6461, -6465, -6469, -6473, -6477, -6481, -6485, -6489, -6493, -6497, -6501, -6505, -6509, -6513, -6517, -6521, -6525, -6529, -6533, -6537, -6541, -6545, -6549, -6553, -6557, -6561, -6565, -6569, -6573, -6577, -6581, -6585, -6589, -6593, -6597, -6601, -6605, -6609, -6613, -6617, -6621, -6625, -6629, -6633, -6637, -6641, -6645, -6649, -6653, -6657, -6661, -6665, -6669, -6673, -6677, -6681, -6685, -6689, -6693, -6697, -6701, -6705, -6709, -6713, -6717, -6721, -6725, -6729, -6733, -6737, -6741, -6745, -6749, -6753, -6757, -6761, -6765, -6769, -6773, -6777, -6781, -6785, -6789, -6793, -6797, -6801, -6805, -6809, -6813, -6817, -6821, -6825, -6829, -6833, -6837, -6841, -6845, -6849, -6853, -6857, -6861, -6865, -6869, -6873, -6877, -6881, -6885, -6889, -6893, -6897, -6901, -6905, -6909, -6913, -6917, -6921, -6925, -6929, -6933, -6937, -6941, -6945, -6949, -6953, -6957, -6961, -6965, -6969, -6973, -6977, -6981, -6985, -6989, -6993, -6997, -7001, -7005, -7009, -7013, -7017, -7021, -7025, -7029, -7033, -7037, -7041, -7045, -7049, -7053, -7057, -7061, -7065, -7069, -7073, -7077, -7081, -7085, -7089, -7093, -7097, -7101, -7105, -7109, -7113, -7117, -7121, -7125, -7129, -7133, -7137, -7141, -7145, -7149, -7153, -7157, -7161, -7165, -7169, -7173, -7177, -7181, -7185, -7189, -7193, -7197, -7201, -7205, -7209, -7213, -7217, -7221, -7225, -7229, -7233, -7237, -7241, -7245, -7249, -7253, -7257, -7261, -7265, -7269, -7273, -7277, -7281, -7285, -7289, -7293, -7297, -7301, -7305, -7309, -7313, -7317, -7321, -7325, -7329, -7333, -7337, -7341, -7345, -7349, -7353, -7357, -7361, -7365, -7369, -7373, -7377, -7381, -7385, -7389, -7393, -7397, -7401, -7405, -7409, -7413, -7417, -7421, -7425, -7429, -7433, -7437, -7441, -7445, -7449, -7453, -7457, -7461, -7465, -7469, -7473, -7477, -7481, -7485, -7489, -7493, -7497, -7501, -7505, -7509, -7513, -7517, -7521, -7525, -7529, -7533, -7537, -7541, -7545, -7549, -7553, -7557, -7561, -7565, -7569, -7573, -7577, -7581, -7585, -7589, -7593, -7597, -7601, -7605, -7609, -7613, -7617, -7621, -7625, -7629, -7633, -7637, -7641, -7645, -7649, -7653, -7657, -7661, -7665, -7669, -7673, -7677, -7681, -7685, -7689, -7693, -7697, -7701, -7705, -7709, -7713, -7717, -7721, -7725, -7729, -7733, -7737, -7741, -7745, -7749, -7753, -7757, -7761, -7765, -7769, -7773, -7777, -7781, -7785, -7789, -7793, -7797, -7801, -7805, -7809, -7813, -7817, -7821, -7825, -7829, -7833, -7837, -7841, -7845, -7849, -7853, -7857, -7861, -7865, -7869, -7873, -7877, -7881, -7885, -7889, -7893, -7897, -7901, -7905, -7909, -7913, -7917, -7921, -7925, -7929, -7933, -7937, -7941, -7945, -79$

۴- به چند طریق می توان از بین ۳ ریاضی دان، ۳ فیزیک دان و ۳ شیمی دان، یک کمیته علمی دو نفره انتخاب کرد

به طوری که دو نفر انتخابی هم رشته نباشند؟

۶۶ (۴)

۵۴ (۳)

۳۳ (۲)

۲۷ (۱)

$$\binom{3}{2} \binom{3}{1} \binom{3}{1} = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

۶- اگر α و β دو عدد حقیقی و متمایز باشند به طوری که $\alpha^2 = \alpha + 3$ و $\beta^2 = \beta + 3$ باشد، مقدار $\alpha^5 + \beta^5$ کدام است؟

۷۹ (۴)

۷۳ (۳)

۶۷ (۲)

۶۱ (۱)

α, β ریشه های $x^2 - x - 3 = 0$ $S=1, P=-3$

$x^4 = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow x^5 = x^3 + 6x^4 + 9x$

$\Rightarrow \alpha^5 + \beta^5 = \alpha^3 + \beta^3 + 6(\alpha^2 + \beta^2) + 9(\alpha + \beta) = 1 + 9 + 6(7) + 9 = 61$

۷- نمودار تابع $y = mx^2 - 2x + 4$ محور x ها را در دو طرف $x=2$ قطع می کند. اگر حدود تغییرات m بازه (a, b) باشد، مقدار $a+2b$ کدام است؟

صفر (۴)

۱ (۳)

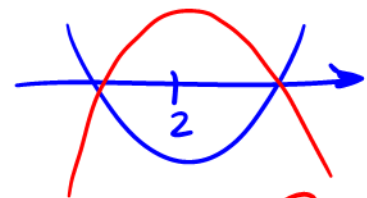
$\frac{1}{2}$ (۲)

۲ (۱)

if $m > 0 \Rightarrow f(2) < 0 \Rightarrow 4m - 2 < 0$

$(0, \frac{1}{2})$

$m < \frac{1}{2}$



if $m < 0 \Rightarrow f(2) > 0 \Rightarrow 4m - 2 > 0 \Rightarrow m > \frac{1}{2}$

۸- برای $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^x$ اگر $f^{-1}(6-2x) \leq f^{-1}(2-x)$ باشد، حدود x شامل چند عدد صحیح مثبت است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$6-2x \geq 2-x \Rightarrow x \leq 4 \cap x < 2 \Rightarrow \{1\}$

۹- اگر $75^x = 27^y$ باشد، حاصل $\frac{x}{3y-x}$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

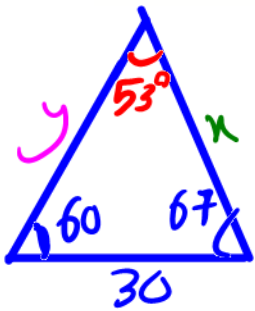
(۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $5\sqrt{5}$ (۴) $3\sqrt{3}$ ✓

$$(25 \times 3)^x = 5^{2x} \quad 3^x = 3^y \Rightarrow 3^{3y-x} = 5^{2x}$$

$$125 \rightarrow 5^{2 \times \left(\frac{3x}{3y-x}\right)} = 3^{\frac{3x}{2}} = 3\sqrt{3}$$

۱۰- اگر طول یک ضلع مثلثی 30° و اندازه دوزاویه مجاور آن ضلع 60° و 67° باشد، محیط مثلث کدام است؟ ($\cos 30^\circ = 0.6$)

(۱) $30 + 30\sqrt{3}$ (۲) $30 + 40\sqrt{3}$ (۳) $45 + 30\sqrt{3}$ ✓ (۴) $45 + 40\sqrt{3}$



$$267 = 2(120 - 53) = \sqrt{3} \left(\frac{y}{2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{10} \right) = \frac{1}{10} (3\sqrt{3} + 4)$$

$$\frac{3\sqrt{3} + 4}{10y} = \frac{8^4}{10(30)}$$

$$\Rightarrow y = \frac{15(3\sqrt{3} + 4)}{4}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2x} = \frac{4}{10 \times 15}$$

$$\Rightarrow x = \frac{75\sqrt{3}}{4}$$

$$30\sqrt{3} + 45$$

۱۱- اگر $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم قرار داشته باشد،

انتهای زاویه های $\alpha + \beta$ و 2β به ترتیب در کدام ربع ها قرار دارند؟
(۱) دوم و سوم (۲) سوم و سوم (۳) دوم و چهارم (۴) سوم و چهارم ✓

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}, \sin \beta = \frac{5}{13}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{4}{5} \left(-\frac{12}{13} \right) + \frac{5}{13} \left(\frac{4}{5} \right) < 0 \Rightarrow \alpha + \beta \text{ در ربع دوم}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \frac{4}{5} \left(-\frac{12}{13} \right) - \frac{5}{13} \left(\frac{4}{5} \right) < 0$$

$$\cos 2\beta = 2 \left(\frac{144}{169} \right) - 1 > 0 \Rightarrow 2\beta \text{ در ربع اول}$$

۱۲- معادله مثلثاتی $\frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 + \sqrt{3} \cot x} = \tan 4x$ چند جواب در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ دارد؟

۱۳ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۴ (۱) ✓

$$\frac{\tan x + \sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} = \tan x = \tan 4x \Rightarrow 4x = k\pi + x$$

$$\Rightarrow 3x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3}$$

۱۳- اگر $f(x) = 1 - \sqrt{x}$ و $g(x) = [1 - x]$ باشد، به ازای چند مقدار صحیح a ، $\lim_{x \rightarrow a^+} f(g(x)) = 1 + a$ است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲) ✓

۱ (۱)

$$f \circ g = 1 - \sqrt{[1-x] + 1} = 1 - \sqrt{2-x}$$

$$x \rightarrow a^+ \rightarrow [-0^+] = -1 \checkmark$$

$$x \rightarrow -2^+ \rightarrow \times$$

$$x \rightarrow -1^+ : -\sqrt{1} = -1 \checkmark$$

شماره ۱

۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos 2\pi x - 1}{x + 2\sqrt{-x} - 1}$ کدام است؟

 $8\pi^2$ (۴) ✓

 $4\pi^2$ (۳)

 $2\pi^2$ (۲)

صفر (۱)

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-2\pi \sin 2\pi x}{1 - \frac{2}{2\sqrt{-x}}} = \frac{-2\pi(2\pi \cos 2\pi x)}{\frac{-1}{2\sqrt{-x}(-x)}} =$$

۱۵- برای تابع $f(x) = \frac{1-2x}{6x^2+x+a}$ اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ موجود و مخالف صفر باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x+2}{|x-a|} \times f(x)$ کدام است؟

وجود ندارد (۴)

 $-\frac{3}{4}$ (۳) ✓

 $\frac{3}{4}$ (۲)

صفر (۱)

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{2}{3}} \frac{3x+2}{|x+2|} \times \frac{-1}{(3x+2)} =$$

$$\left. \begin{aligned} &6\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} + a = 0 \\ &a = -2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &-6x^2 + x - 2 \\ &(3x+2)(2x-1) \end{aligned}$$

۱۶- اگر $f(x) = a(1-x)(x+1) - bx^2$ یک تابع چندجمله‌ای از درجه صفر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{xf(x)}{x+b}$ کدام است؟

(۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) صفر (۴) وجود ندارد

$$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{xf(x)}{x+b} = -\infty$$

$$f(x) = a(1-x^2) - bx^2$$

$$f(x) = -(a+b)x^2 + a$$

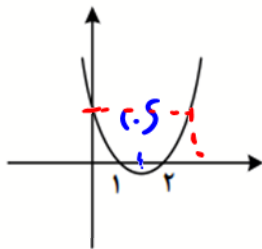
$$\Rightarrow a+b = 0$$

۱۷- اگر حد چپ تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 + b|x|}$ در $x = a$ برابر $-\infty$ باشد، تابع f چند مجانب قائم دارد؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{|x|+1}{|x|+b}$$

۱۸- نمودار تابع $y = g(x)$ در زیر رسم شده است. برای تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \neq a \\ g(a) & x = a \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\infty$ صحیح است؟



است. اگر بازه (b, c) حدود تغییرات a باشد، $b + c$ کدام است؟

$$f(a^+) < f(a)$$

$$\Rightarrow g(a) < g(a)$$

(۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۱۹- اگر زاویه خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ در نقطه $(-1, -1)$ با جهت مثبت محور x ها باشد، حاصل عبارت

$A = 3\sin\alpha + 4\cos\alpha$ کدام است؟

(۱) $9\sqrt{10}$ (۲) $3\sqrt{10}$ (۳) $-9\sqrt{10}$ (۴) $-3\sqrt{10}$

$$y' = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} \xrightarrow{x=-1} -\frac{1}{2}(-1)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{2}$$

$$3\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) - 4\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right) = -\frac{9}{\sqrt{10}}$$

برای درس ریاضی
30.5.405



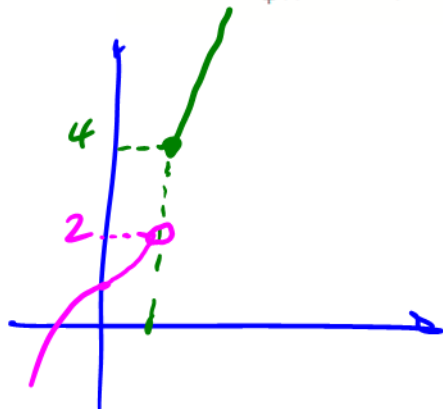
۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \geq 1 \\ x^2+1 & x < 1 \end{cases}$ داده شده است. کدام مورد در خصوص مشتقات یک طرفه f در $x=1$ درست است؟

$f'_+(1) = +\infty$ (۴)

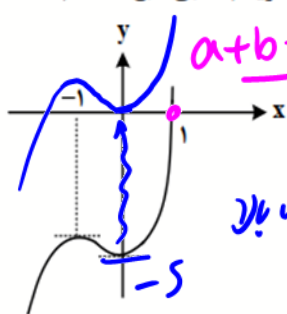
$f'_+(1) = -\infty$ (۳)

$f'_-(1) = +\infty$ (۲)

$f'_-(1) = 3$ (۱)



۲۱- نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 5$ در زیر رسم شده است. عرض نقطه ماکزیمم نسبی تابع f ، کدام است؟



$a+b=5$ (۱)

$C=2 \Rightarrow x^2(ax+b)$

$-\frac{b}{3a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 3a=2b$ (۲)

$8 \Rightarrow 2a+3a=10 \Rightarrow a=2$ (۳)

$\Rightarrow f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5 \Rightarrow f(-1) = -4$ (۴)

۲۲- در نقطه A از نمودار سهمی $y = 2 - x^2$ واقع در ناحیه اول، مماسی رسم می‌کنیم که مماس رسم شده همراه با

محاورهای مختصات، مثلثی با مساحت مینیمم می‌سازد. عرض نقطه A کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{5}{4}$ (۱)

$y' = -2x \rightarrow m = -2\alpha, A(\alpha, 2-\alpha^2)$

$y - (2-\alpha^2) = -2\alpha(x-\alpha)$

$x=0 \Rightarrow y = \alpha^2 + 2$

$y=0 \Rightarrow x-\alpha = \frac{2-\alpha^2}{2\alpha} + \alpha = \frac{\alpha^2+2}{2\alpha}$

$\Rightarrow \int_0^{\frac{\alpha^2+2}{2\alpha}} \frac{(\alpha^2+2)^2}{-2\alpha} \Rightarrow S' = 2(2\alpha)(\alpha^2+2)(-2\alpha) + 2(\alpha^2+2)^2 = 0$
 $2(\alpha^2+2)(-3\alpha^2+2) = 0 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{2}{3} \rightarrow 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$