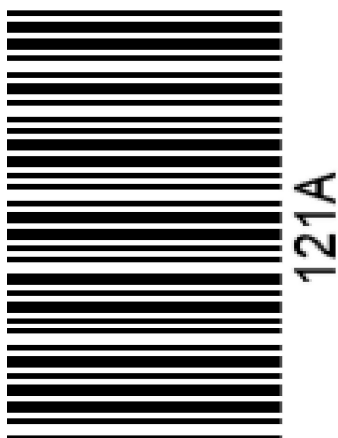




کد کنترل

121

A



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

در زمینه مسائل علمی باید دنبال قلّه بود.
(رهبر شهید)

دفترچه شماره ۱

صبح جمعه

گروه آزمایشی
علوم ریاضی و فنی

آزمون اختصاصی سراسری و پذیرش دانشجو - معلم
سال ۱۴۰۵
(ورودی دانشگاه‌ها و مؤسسات آموزش عالی)

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت زمان پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.
این آزمون، نمره منفی دارد.



حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز است و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* متقاضی گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره

داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه

سؤالات تأیید می‌نمایم. متوسط روبه پایین: ۷-۱۰ متوسط روبه بالا: ۱۲-۱۵



امضا:

$$(2 - \sqrt[3]{2})^3 + 1$$

$$\frac{4}{5}$$

۱- مقدار عبارت گویای $A = \frac{x^2 - 3\sqrt[3]{2}x^2 + 3\sqrt[3]{4}x - 1}{x^2 - 3\sqrt[3]{2}x^2 + 3\sqrt[3]{4}x}$ به ازای $x = \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3}$ کدام است؟

۴) ۸/۰

۳) ۶/۰

۲) ۴/۰

۱) ۲/۰

اگر $3a+2$ و $a-4$ به ترتیب جملات چهارم، هفتم و نهم یک الگوی خطی باشند، چند جمله از این الگو مثبت است؟

$(2a+1)2^2 + (4a-4)2 + a + 4 = 0$

۳) ۱۰

۲) ۹

۳) $a+d=3$

۱) ۸

$3a+2+3d=11$

$\Delta = \frac{1}{4}(a-1)^2 = \frac{1}{4}(1a+1)(a+4)$

به ازای چند مقدار از a ، معادله درجه دوم $(x-2)^2 + 2a(x+1)^2 = a$ دارای یک ریشه مضاعف است؟

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

$4a^2 - 18a + 4 = 2a^2 + 9a + 4$

$2a^2 - 17a = 0$

$\frac{1}{2}$

$\frac{\binom{9}{2} - \binom{3}{2} \times 3}{36}$

۳) ۵۴

۲) ۳۳

۱) ۲۷

به چند طریق می‌توان از بین ۳ ریاضی‌دان، ۳ فیزیک‌دان و ۳ شیمی‌دان، یک کمیته علمی دو نفره انتخاب کرد؟

به طوری که دو نفر انتخابی هم‌رشته نباشند؟

۵- نقیض گزاره سوری $\forall x \in \mathbb{R}; \sim (x \geq 0) \vee (x + \frac{1}{x} \geq 2)$ کدام است؟

$\exists x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \wedge (x + \frac{1}{x} \leq 2)$ (۲)

$\exists x \in \mathbb{R}; (x \geq 0) \vee (x + \frac{1}{x} \geq 2)$ (۱)

$\exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \wedge (x + \frac{1}{x} \leq 2)$ (۴)

$\exists x \in \mathbb{R}; (x > 0) \vee (x + \frac{1}{x} > 2)$ (۳)

۶- اگر α و β دو عدد حقیقی و متمایز باشند به طوری که $\alpha^2 = \alpha + 3$ و $\beta^2 = \beta + 3$ باشد، مقدار $\alpha^5 + \beta^5$ کدام است؟

۴) ۷۹

۳) ۷۳

۲) ۶۷

۱) ۶۱

محل انجام محاسبات

$2^2 - 2 - 3 = \dots$ α, β

$\alpha (\alpha^2)^2 + \beta (\beta^2)^2 = (\cancel{5^3 - 3ps}) + (\cancel{6(5^2 - 1p)}) + \cancel{9s}$

نمودار تابع $y = mx^2 - 3x + 4$ محور x ها را در دو طرف $x=2$ قطع می کند. اگر حدود تغییرات m بازه $(2, 4)$ باشد، مقدار $a+2b$ کدام است؟

$$\Delta = 9 - 12m > 0 \Rightarrow m < \frac{3}{4}$$

$$\begin{cases} m > 0 \\ f(2) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4m - 6 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow 0 < m < \frac{3}{2}$$

$$1 \text{ (3) } \checkmark$$

$$\frac{1}{2} \text{ (2)}$$

$$2 \text{ (1)}$$

برای $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ اگر $f^{-1}(2-x) \leq f^{-1}(6-2x)$ باشد، حدود x شامل چند عدد صحیح مثبت است؟

$$2 < x < 3$$

$$3 \text{ (3)}$$

$$2 \text{ (2)}$$

$$1 \text{ (1)}$$

اگر $75^x = 27^y$ باشد، حاصل 27^{y-x} کدام است؟ ($x \neq 0$)

$$9 = 14$$

$$11 \text{ (3)}$$

$$5 \text{ (2)}$$

$$1 \text{ (1)}$$

$$9 = 14$$

اگر طول یک ضلع مثلثی ۳۰ و اندازه دوزاویه مجاور آن ضلع 60° و 67° باشد، محیط مثلث کدام است؟

$$15$$

$$45 + 40\sqrt{3} \text{ (4)}$$

$$45 + 30\sqrt{3} \text{ (3)}$$

$$30 + 40\sqrt{3} \text{ (2)}$$

$$30 + 30\sqrt{3} \text{ (1)}$$

اگر $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{12}{13}$ و انتهای کمان α در ربع اول و انتهای کمان β در ربع دوم قرار داشته باشد، انتهای زاویه های $\alpha + \beta$ و 2β به ترتیب در کدام ربع ها قرار دارند؟

$$180 - 20 = 160$$

$$1 \text{ (4) سوم و چهارم}$$

$$2 \text{ (3) دوم و چهارم}$$

$$3 \text{ (2) سوم و سوم}$$

$$4 \text{ (1) دوم و سوم}$$

معادله مثلثاتی $\frac{\sqrt{3} + \tan x}{1 + \sqrt{3} \cot x} = \tan 4x$ چند جواب در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ دارد؟

$$\cot x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$13 \text{ (4)}$$

$$8 \text{ (3)}$$

$$7 \text{ (2)}$$

$$4 \text{ (1)}$$

اگر $f(x) = 1 - \sqrt{x}$ و $g(x) = [1 - x]$ باشد، به ازای چند مقدار صحیح a ، $\lim_{x \rightarrow a} \log(x) = 1 + a$ است؟

$$\tan x = \tan 4x$$

$$1 - \sqrt{-a} = 1 + a$$

$$4 \text{ (4)}$$

$$3 \text{ (3)}$$

$$2 \text{ (2)}$$

$$1 \text{ (1)}$$

حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cos^2 \pi x - 1}{x + 2\sqrt{-x} - 1}$ کدام است؟

$$2 = \frac{k\pi}{3}$$

$$8\pi^2 \text{ (4) } \checkmark$$

$$4\pi^2 \text{ (3)}$$

$$2\pi^2 \text{ (2)}$$

$$\text{صفر (1)}$$

محل انجام محاسبات

$$\frac{-\sin 2\pi x \times 2\pi}{1 + \frac{-1}{\sqrt{-x}}} = \frac{-2\pi x \cos 2\pi x \times 2\pi}{\frac{1}{2}(-x) - \frac{3}{2}x - 1}$$

$$\frac{-2\pi x \cos 2\pi x \times 2\pi}{\frac{1}{2}(-x) - \frac{3}{2}x - 1}$$

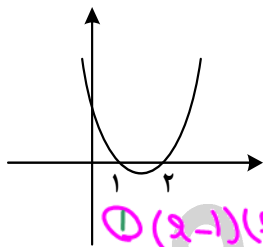
(۱۱)

۱۵- برای تابع $f(x) = \frac{1-2x}{6x^2+x+a}$ اگر $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$ موجود و مخالف صفر باشد، مقدار a چقدر است؟
 (۱) صفر (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) وجود ندارد

۱۶- اگر $f(x) = a(1-x)(x+1) - bx^2$ یک تابع چندجمله‌ای از درجه صفر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf(x)}{x+b}$ کدام است؟
 (۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) صفر (۴) وجود ندارد

۱۷- اگر حد چپ تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{x^2+|x|}{x^2+b|x|}$ در $x=2$ برابر $-\infty$ باشد، تابع f چند مجانب قائم دارد؟
 (۱) $a=1, b=-1$ (۲) 2 (۳) 1 (۴) 3

۱۸- نمودار تابع $y=g(x)$ در زیر رسم شده است. برای تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} g(x) & x \neq a \\ g(a) & x = a \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = -\infty$ کدام است؟
 (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4



۱۹- اگر زاویه خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ در نقطه $(-1, -1)$ با جهت مثبت محور x ها باشد، حاصل عبارت $A = 3\sin\alpha + 4\cos\alpha$ کدام است؟
 (۱) $9\sqrt{10}$ (۲) $3\sqrt{10}$ (۳) $-9\sqrt{10}$ (۴) $-3\sqrt{10}$

محل انجام محاسبات

$$m_{\text{ماس}} = y' = -\frac{1}{3} x^{-\frac{4}{3}} \xrightarrow{x=1} -\frac{1}{3}$$

$$\tan\alpha = -\frac{1}{3}$$

صغریه (ربع ۱)

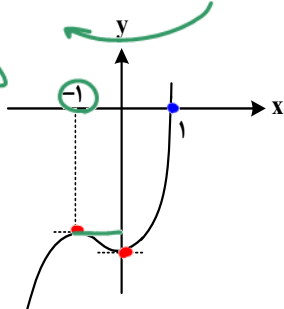


۲۰- تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & x \geq 1 \\ x^3+1 & x < 1 \end{cases}$ داده شده است. کدام مورد در خصوص مشتقات یک طرفه f در $x=1$ ، درست است؟

- (۱) $f'_-(1) = 3$ (۲) $f'_-(1) = +\infty$ (۳) $f'_+(1) = -\infty$ (۴) $f'_+(1) = +\infty$

۲۱- نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 5$ در زیر رسم شده است. عرض نقطه ماکزیمم نسبی تابع f ، کدام است؟

$$f(-1) = -1 + 3 - 5 = -3$$



$$f(1) = 0 \sim a + b + c = 5$$

$$f'(0) = 0 \sim c = 0$$

$$f'(-1) = 0 \sim 3a - 2b = 0$$

$$a = 2, b = 3$$

- (۱) -4
(۲) -3
(۳) $-\frac{5}{2}$
(۴) $-\frac{7}{2}$

۲۲- در نقطه A از نمودار سهمی $y = 2 - x^2$ واقع در ناحیه اول، مماسی رسم می‌کنیم که مماس رسم شده همراه با محورهای مختصات، مثلثی با مساحت مینیمم می‌سازد. عرض نقطه A کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۳- از کارگران مشغول به کار در کارگاهی یک نمونه ۷ نفره انتخاب شده است. اگر داده‌های ۲۱، ۲۲، ۲۴، ۲۵، ۲۷ و ۳۵ درآمد ماهیانه آنها بر حسب میلیون تومان باشد، خط فقر در این کارگاه چند میلیون تومان برآورد می‌شود؟

- (۱) ۱۰٫۵ (۲) ۱۲٫۵ (۳) ۲۱ (۴) ۲۵

۲۴- در یک خانواده k فرزندی، می‌دانیم تمام فرزندان از یک جنس نیستند. به ازای کدام مقدار از k، احتمال اینکه دقیقاً ۳ - k فرزند از این خانواده پسر باشد، $\frac{5}{18}$ است؟

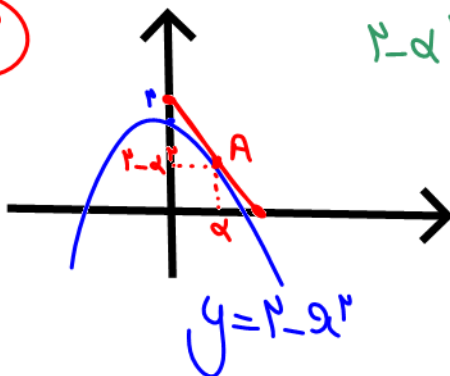
- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۲۵- داوطلبی به هر ۵ سؤال یک آزمون پنج گزینه‌ای به‌طور تصادفی پاسخ می‌دهد. احتمال آنکه تنها به ۳ سؤال پاسخ صحیح داده باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{625}$ (۲) $\frac{16}{625}$ (۳) $\frac{64}{625}$ (۴) $\frac{32}{625}$

۲۲

محل انجام محاسبات



$$y = 2 - x^2$$

$$2 - \alpha^2 = -2\alpha + h \sim h = \alpha^2 + 2$$

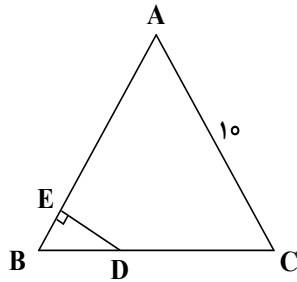
$$y = -2\alpha x + \alpha^2 + 2$$

$$S = \frac{\alpha^2 + 2}{2\alpha}$$

$$S = \frac{(\alpha^2 + 2)^2}{\sum \alpha}$$

$$\alpha^2 + 2 = 4\alpha^2 \sim \alpha^2 = \frac{2}{3} \sim 2 - \alpha^2 = \frac{4}{3}$$

۲۶- در شکل زیر، $AB = AC$ و $BD = \frac{1}{4}BC$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر ۴۰ باشد، طول ED کدام است؟



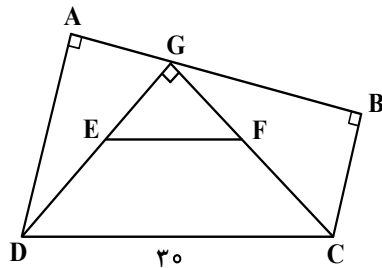
(۱) $\sqrt{5}$

(۲) $\sqrt{6}$

(۳) ۲

(۴) ۳

۲۷- در شکل زیر، چهارضلعی های $EFCD$ دوزنقه متساوی الساقین است. اگر طول اضلاع دوزنقه $ABCD$ اعداد صحیح مثبت باشند، طول ضلع AB کدام است؟



(۱) ۲۴

(۲) ۲۵

(۳) ۲۳

(۴) ۲۶

۲۸- نقطه A' که تصویر نقطه A تحت بازتاب نسبت به خط d و نقطه A'' تصویر نقطه A تحت دوران حول نقطه A' به اندازه 120° است. اگر فاصله نقطه A از خط d برابر $2\sqrt{6}$ و نقطه برخورد پاره خط AA'' با خط d باشد، مساحت مثلث OAA' کدام است؟

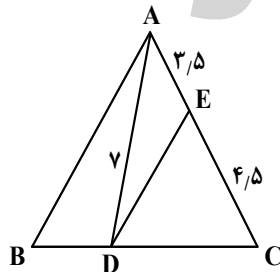
(۴) $8\sqrt{3}$

(۳) $6\sqrt{3}$

(۲) $4\sqrt{3}$

(۱) $2\sqrt{3}$

۲۹- در مثلث متساوی الاضلاع ABC شکل زیر، طول ضلع BD کدام می تواند باشد؟



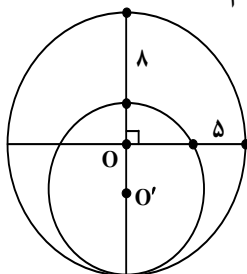
(۱) ۲

(۲) $2/5$

(۳) ۳

(۴) $3/5$

۳۰- در شکل زیر، دو دایره به مرکزهای O و O' مماس درون هستند. طول خط‌المركزین کدام است؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۳/۵

(۴) ۴/۵

۳۱- اگر $\vec{a} = (1, -1, -1)$ باشد، حاصل $\vec{k} \times (\vec{a} \times \vec{i}) + (\vec{k} \times \vec{a}) \times \vec{i}$ کدام است؟

(۴) $-\vec{i} + \vec{k}$ (۳) $\vec{i} + \vec{k}$ (۲) $-\vec{i} - \vec{k}$ (۱) $\vec{i} - \vec{k}$

۳۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 20 & x & -1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس اسکالر باشد، مقدار $\frac{x}{y}$ کدام است؟

(۴) -۳

(۳) -۵

(۲) ۳

(۱) ۵

۳۳- برای ماتریس‌های وارون‌پذیر A و B ، اگر $(AB)^{-1} A^T B = \begin{bmatrix} 5|A| & 4 \\ |A| & 2|A| \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $3A$ کدام است؟

(۴) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$

(۲) ۲

(۱) ۴

۳۴- دایره C بر خط $y = \frac{3}{4}x$ مماس است. اگر معادلات دو وتر مساوی و منصف هم از دایره C ، خطوط $2x + y = 3$ و $2x - 3y = 7$ باشند، شعاع دایره کدام است؟

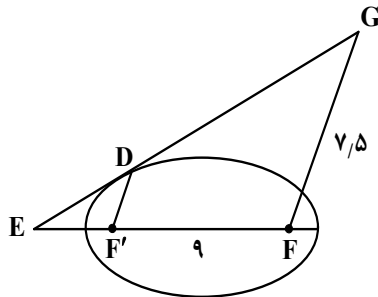
(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۳۵- در مثلث EFG شکل زیر، ضلع EG در نقطه D بر بیضی مماس بوده و F و F' کانون‌های بیضی هستند. اگر دو مثلث EF'D و EFG متشابه با نسبت تشابه $\frac{1}{3}$ باشند، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) $\frac{3}{5}$
 (۳) $\frac{5}{6}$
 (۴) $\frac{9}{10}$

۳۶- اگر $A = 0! + 1! + 2! + 3! + \dots + 600!$ باشد، باقیمانده تقسیم عدد $\frac{A+2!}{3!}$ بر عدد ۸، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۳۷- آزمون ورودی مؤسسه‌ای شامل ۲۵ سؤال زبان انگلیسی و ۲۰ سؤال ریاضی است و پاسخ کاملاً درست به هر سؤال زبان انگلیسی، ۷ امتیاز و هر سؤال ریاضی ۱۲ امتیاز دارد و پاسخ ناقص بدون امتیاز است. اگر آخرین داوطلب پذیرفته شده، ۲۹۷ امتیاز کسب کرده باشد، او در مجموع به چند سؤال پاسخ کاملاً درست داده است؟

- (۱) ۴۱ (۲) ۳۶ (۳) ۳۱ (۴) ۲۶

۳۸- چند عدد چهار رقمی با ارقام ۳، ۴ و ۶ می‌توان نوشت که بر ۶ بخش پذیر باشند؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۵ (۳) ۱۹ (۴) ۲۳

۳۹- بزرگ‌ترین عدد طبیعی n که دو مربع لاتین متعامد از مرتبه n وجود ندارد، کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۴۰- گراف ۹ رأسی G، فقط دارای دورهایی به طول ۵، ۶، ۷ و ۹ است. تعداد دورهای به طول کدام عدد در گراف G، بیشتر است؟

- (۱) ۹ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵