



ریاضیات انسانی

فهرست

۱	 تابع	۱
۸۱	 معادله درجه دو	۲
۱۳۷	 معادله گویا	۳
۱۵۷	 الگو و دنباله	۴
۱۹۲	 دنباله های حسابی و هندسی	۵
۲۳۱	 مجموعه ها	۶
۲۴۹	 منطق و استدلال	۷



ویژه کنکور ۱۴۰۶

تابع

مهندس آریان حیدری

کتاب مکمل : تکلیف

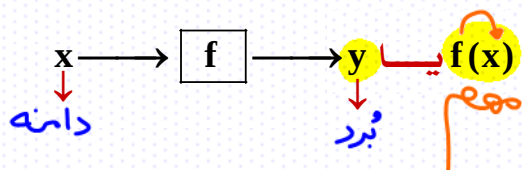
حذر جزوہ

برنامہ مفتگی

توضیح پروسہ رفع اشکال



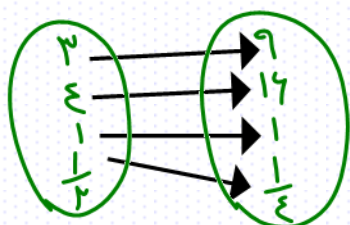
مفهوم تابع



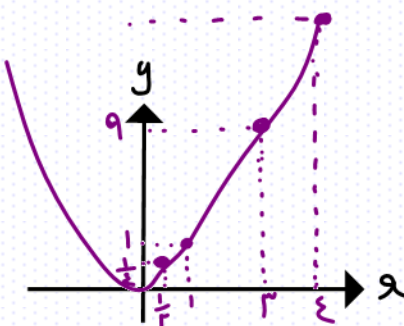
مثال: $3 \rightarrow x^2 \rightarrow 9$

$$f(x) = x^2$$

$$\left\{ \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{16} \right), (1, 1), (4, 16), (9, 81) \right\}$$



x	3	4	1	1/4
f(x)	9	16	1	1/16



* انواع نمایش‌ها:

ضابطه‌ای
زوج مرتبی
پیکانی (فلش نما، ون)
جدولی
نموداری

* جمله مهم: هر چه x فقط به y

۱. اگر $f = \{(-1, 1), (1, 0), (0, 2), (2, -1)\}$ باشد، حاصل $\frac{f(f(0))}{1 - f(f(1))}$ کدام است؟

$$\checkmark 1$$

$$-1$$

$$\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$\frac{f(f(0))^{-1}}{1 - f(f(1))} = \frac{-1}{-1} = 1$$

اجماع

۲. فرض کنید f به صورت $f = \{(a, a^2); a = 0, 1, 2\} \cup \{(a, a+b); a, b \in \{0, 1, 2\}\}$ توصیف شده باشد. تعداد عناصر f ، کدام است؟

(انسانی ۱۴۰۰)

آشنایی با سه نماد

به ضری که

غلطه

جواب درست: ۳

$$\{(0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$$

$$\{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (2, 0), (2, 1), (2, 2)\}$$

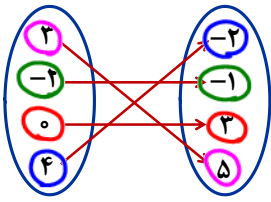
$$\{(1, 3), (2, 3), (2, 2)\}$$

خطرا!

خطرا!



(معموماه)



۳. هرگاه تابع f به صورت مقابل باشد، حاصل $f(f(4)) + f(f(0))$ کدام است؟

$$\underbrace{f(-2)}_{-1} + \underbrace{f(3)}_5$$

- (۱) ۲
(۲) -۳
(۳) ۸
(۴) ۴ ✓

۴. با توجه به روند جدول مقابل، مقدار $f(5)$ کدام است؟

x	-1	0	1	2	3	4	5
y = f(x)	2	1	2	5	10	17	26

روش ۲:



روش ۱:

$$f(2) = 2^2 + 1$$

$$f(5) = 5^2 + 1$$

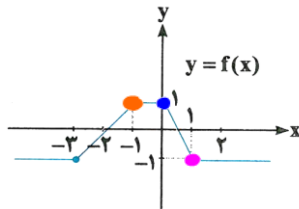
- (۱) ۱۱
(۲) ۲۴
(۳) ۱۳
(۴) ۲۶ ✓

تفرند

۵. نمودار مقابل مربوط به تابع f است. حاصل عبارت $\frac{1+f(-1)}{f(0)-f(1)}$ کدام است؟

$$\frac{2}{2} = 1$$

- (۱) صفر
(۲) ۱ ✓
(۳) -۱
(۴) ۲

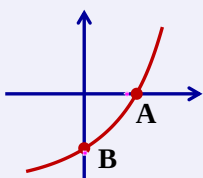


۶. نمودار تابع f به صورت مقابل می باشد، حاصل $\frac{1+f(-1)f(-2)}{f(0)+f(1)}$ کدام است؟

$$\frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

- (۱) -۱
(۲) صفر
(۳) $-\frac{1}{2}$ ✓
(۴) $\frac{1}{2}$

یادآوری تلافی منحنی با محورها:

A: طول از مبدأ $y=0$ B: عرض از مبدأ $x=0$



۷. اگر $f = \{(1, a), (a+1, 8), (1, 4), (5, b)\}$ یک تابع باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۹

(انسانی ۹۸)

۸. اگر رابطه $\{(3, a+2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a-b)\}$ یک تابع باشد، $a^2 - b^2$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

حل دستگاه دو معادله - دو مجهول

۹. اگر $f = \{(1, x-2y), (2, 3), (9, 5), (1, -7), (9, x+y)\}$ یک تابع باشد، مقدار $x^2 + y^2$ چند برابر $-x - 4y$ است؟

(انسانی ۱۴۰۱)



- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

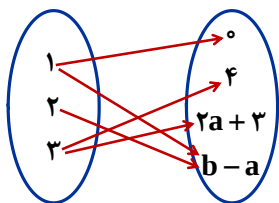
۱۰. رابطه $f = \{(a, x+y)(b, m^2)(a, m^2-1)(b, x-y)(a, 4)\}$ ، یک تابع است. مقدار $x^2 + y^2$ کدام است؟

(انسانی دی ۱۴۰۱)

- (۱) ۲/۵ (۲) ۲۰/۵ (۳) ۲۴ (۴) ۴۲



۱۱. اگر نمودار ون مقابل، نمایشگر یک تابع باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟



$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

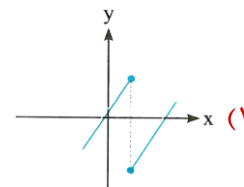
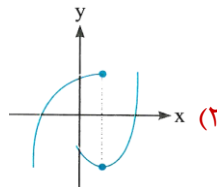
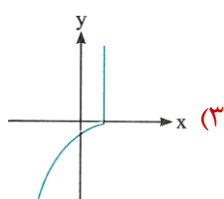
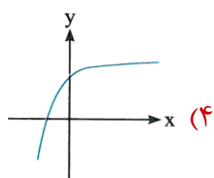
$$1 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (3)$$

$$2 \quad (4)$$

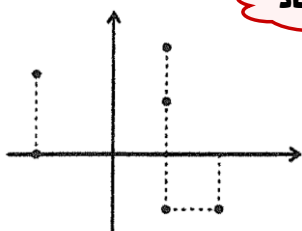
(انسانی خارج ۹۸)

۱۲. کدام نمودار، نمایش یک تابع $y = f(x)$ است؟



۱۳. می‌خواهیم با حذف تعدادی نقطه از نمودار تابع f در زیر، این تابع به صورت $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ شود؛ به طوری که در آن هیچ دو عضوی متمایزی از دامنه، خروجی یکسان نداشته باشند. حداقل چند نقطه را باید حذف کنیم؟

آشنایی با یک نماد



$$2 \quad (1)$$

$$3 \quad (2)$$

$$4 \quad (3)$$

$$5 \quad (4)$$



(تقریبی ۸۶)

۱۴. اگر $f(x) = 3 + \sqrt{2x}$ ، آن گاه $f(8)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) ۸

(انسانی قارج ۹۵)

۱۵. اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 7}$ باشد، $f(4) - f(2\sqrt{2})$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۶. ماشین f ، اعداد طبیعی را به عنوان ورودی قبول می کند و پس از دریافت هر عدد، نصف آن عدد را با ریشه پنجم آن عدد جمع می کند، با این شرایط به ازای ورودی ۳۲ کدام عدد در خروجی به دست می آید؟ (هرکول)

- (۱) ۲۴ (۲) ۲۱ (۳) ۱۸ (۴) ۱۶

۱۷. اگر تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۳ را نسبت دهد، حاصل $f(\sqrt[3]{4}) - f(\frac{1}{\sqrt[3]{4}})$ کدام

(انسانی اردیبهشت ۱۴۰۴)

است؟

- (۱) $-7/5$ (۲) $-2/5$ (۳) $2/5$ (۴) $7/5$

تفرند

* مکعب دو برابر آن عدد؟

* به تست ۳۵ مراجعه کنید.

(فیلی سبز)

۱۸. توصیف کلامی مناسب برای تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2} - (2x)^2$ در کدام گزینه آمده است؟ ($x \in \mathbb{N}$)

(۱) تابع f به هر عدد طبیعی، جذر نصفش، منهای دو برابر مربعش را نسبت می دهد.(۲) تابع f به هر عدد طبیعی، جذر نصفش، منهای مربع دو برابرش را نسبت می دهد.(۳) تابع f به هر عدد طبیعی، نصف جذرش، منهای دو برابر مربعش را نسبت می دهد.(۴) تابع f به هر عدد طبیعی، نصف جذرش، منهای مربع دو برابرش را نسبت می دهد.



(انسانی خارج ۸۶)

۱۹. در تابع با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx - 2$ با شرایط $f(1) = -3$ و $f(3) = 7$ ، مقدار b کدام است؟

(۴) ۱

(۳) -۱

(۲) -۲

(۱) -۳

۲۰. تابع f به هر عدد حقیقی x ، مجموع (دو برابر مربع عدد x ، سه برابر قرینه عدد x و عدد حقیقی a) را نسبت

(قلم‌پی ۱۴۰۳)

می‌دهد. اگر این تابع به عدد -2 ، عدد 8 را نسبت دهد، به عدد 2 چه عددی را نسبت می‌دهد؟

(۴) ۸

(۳) -۴

(۲) ۲

(۱) صفر

(فیلی سبز)

۲۱. اگر $f(x-1) = x^2 + 2x$ باشد، مقدار $f(2)$ کدام است؟

خطر!

(۴) ۱۵

(۳) ۱۲

(۲) ۸

(۱) ۷



(انسانی ۹۵)

۲۲. اگر $f(x) = -x^2 + 3x$ باشد، حاصل $f(x+2) - f(2)$ کدام است؟

$(4) -x^2 + x - 1$

$(3) -x^2 - x + 1$

$(2) -x^2 + x$

$(1) -x^2 - x$

پاسخ: گزینه ۱

$$f(x) = -x^2 + 3x$$

$$\text{اولاً: } f(x+2) = -(x+2)^2 + 3(x+2) = -(x^2 + 4x + 4) + (3x + 6) = (-x^2 - 4x - 4) + (3x + 6) = -x^2 - x + 2$$

$$\text{ثانیاً: } f(2) = -4 + 6 = 2$$

پس نهایتاً داریم:

$$f(x+2) - f(2) = (-x^2 - x + 2) - (2) = -x^2 - x$$

استراتژی ۱ آریان حیدری:

* تذکر ۱:

* تذکر ۲:

(انسانی فارح ۸۸)

۲۳. اگر $f(x) = \frac{-1}{2}x^2 + 2x$ ، آن گاه $f(x+2) - f(x)$ کدام است؟

$(4) 2$

$(3) 2x$

$(2) 2x - 2$

$(1) -2x + 2$





(انسانی خارج ۱۹)

۲۴. اگر $f(x) = x^2 - 3x + 2$ باشد، حاصل $f(x+2) - f(x-2)$ کدام است؟

(۴) $4(2x-3)$

(۳) $4(2x-1)$

(۲) $4(x-2)$

(۱) $4(x-3)$



(انسانی ۱۹)

۲۵. اگر $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2-1}$ باشد، آن گاه حاصل $f(2x+1) + \frac{1}{3}f(0)$ کدام است؟

(۴) $\frac{2}{x^2-x}$

(۳) $\frac{2}{x^2+x}$

(۲) $\frac{1}{x^2-x}$

(۱) $\frac{1}{x^2+x}$



یادآوری عبارت‌های تعریف نشده در ریاضی:

کسری که مخرجش صفر شود.
رادیکال فرجه زوجی که زیرش منفی شود.



دامنه (D) و برد تابع (R)

(فیلی سبز)

۲۶. اگر دامنه و برد تابع $f = \{(1, 2), (a, 1), (-3, b)\}$ با هم برابر باشند، حاصل $a - b$ کدام است؟

(۴) -۵

(۳) ۵

(۲) -۱

(۱) ۱

۲۷. اگر $f = \{(-1, a+b), (1, a-b), (-1, 2), (1, -4), (0, a^2 + b^2)\}$ تابع باشد، بُرد آن کدام است؟(۴) $\{2, -4, -8\}$ (۳) $\{2, -4, 8\}$ (۲) $\{2, -4\}$ (۱) $\{2, -4, 1, 0\}$ ۲۸. اگر برد تابع f که نمایش جدولی آن به صورت مقابل است، مجموعه $R_f = \{1, -1, 2, 3\}$ باشد، a کدام است؟

(فیلی سبز، با اصلاح)

x	-1	1	a	3
y	3	1	-1	-a+3

(۲) -۱

خطر!

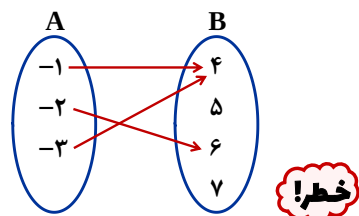
(۱) ۱

(۴) هیچ کدام

(۳) ۲

۲۹. در تابع مقابل کوچک ترین عضو مجموعه دامنه را a و بزرگ ترین عضو مجموعه برد را b می نامیم. $b - a$ کدام است؟

(فیلی سبز)



(۱) ۷

(۲) ۸

(۳) ۹

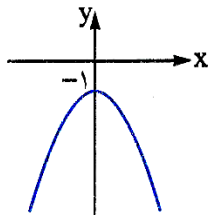
(۴) ۱۰

(فیلی سبز)

۳۰. اگر برد تابع f ، مجموعه $\{-2, -1, 0, 1\}$ باشد، کدام گزینه در مورد تعداد اعضای دامنه f درست است؟(۲) دامنه f ، باید بین ۴ تا ۸ عضو داشته باشد.(۱) دامنه f ، دقیقاً ۴ عضو دارد.(۴) دامنه f ، حداکثر ۴ عضو دارد.(۳) دامنه f ، حداقل ۴ عضو دارد.



(فیلی سبز)

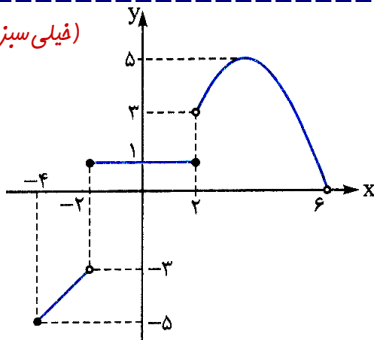


۳۱. اشتراک دامنه و برد نمودار مقابل کدام است؟

- (۱) عددهای حقیقی کوچکتر از صفر
- (۲) عددهای حقیقی کوچکتر از -۱
- (۳) عددهای حقیقی کوچکتر یا مساوی صفر
- (۴) عددهای حقیقی کوچکتر یا مساوی -۱

* اعداد حقیقی؟

(فیلی سبز)



۳۲. کدام عدد، در برد تابع مقابل، وجود ندارد؟

- (۱) -۵
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴) صفر

خطر!

* دامنه؟

۳۳. در تابع $f: A \rightarrow B$ ، اگر برد تابع برابر با $\{\frac{2}{\sqrt{y}}\}$ باشد، مجموعه A کدام است؟

- (۱) $\{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\}$
- (۲) $\{2, -2\}$
- (۳) $\{\frac{3}{\sqrt{2}}\}$
- (۴) $\{\frac{-3}{\sqrt{2}}, \frac{3}{\sqrt{2}}\}$

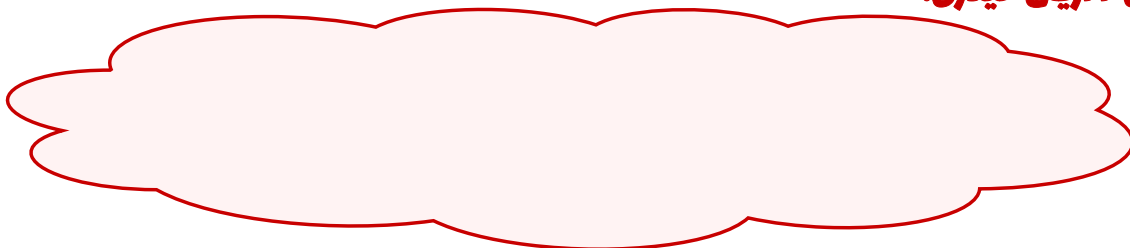
خطر!

۳۴. در تابع با ضابطه $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ ، اگر $f(a) = 14$ باشد، کدام a است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۷
- (۳) -۷
- (۴) ۲ و -۷

زرتنگ باش!

استر اتزی ۲ آریان حیدری:





۳۵. f تابعی با دامنه $\{-1, 0, 2, 3\}$ است به طوری که به هر عضو دامنه، ۳ واحد کمتر از دو برابر مربع آن را نسبت می‌دهد. برد تابع شامل چند عدد مثبت است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر



خطر!

* مربع دو برابر آن عدد؟

* نصف جذر آن عدد؟

* جذر رُبع آن عدد؟

۳۶. تابع $f(x) = (x^2 + 1)\sqrt{x-1}$ ، دامنه $D_f = \{5, 2m\}$ و برد $R_f = \{0, \frac{52}{n}\}$ مفروض است. حاصل $\frac{n}{m}$ کدام است؟

(قلم‌پی ۱۴۰۳)

(۴) $\frac{1}{5}$

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) $\frac{1}{2}$



۳۷. سه نفر می خواهند زمین مستطیل شکلی را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و حصارکشی کنند، به طوری که یک حصار مشترک بین دو قسمت کشیده شود. اگر کمترین حصارکشی ۱۹۰ متر باشد، ضابطه جبری مساحت زمین بر حسب عرض زمین کدام است؟

(انسانی ۱۴۰۲)

$$\begin{aligned} (1) \quad S(x) &= 95x - 2x^2, 0 < x < 47/5 \\ (2) \quad S(x) &= 190x - x^2, 0 < x < 95 \\ (3) \quad S(x) &= 95x - 2x^2, 0 < x < 95 \\ (4) \quad S(x) &= 190x - x^2, 0 < x < 47/5 \end{aligned}$$

حصار، نرده، دیوار، سیم ← محیط

۳۸. دو نفر می خواهند زمینی به شکل مستطیل را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده و حصارکشی کنند، به طوری که یک حصار بین دو قسمت مشترک باشد. اگر کمترین طول حصارکشی ۲۱۰ متر باشد، ضابطه جبری مساحت زمین بر حسب عرض زمین کدام است؟

(انسانی فارغ ۱۴۰۲)



$$\begin{aligned} (1) \quad S(x) &= 210x - \frac{1}{2}x^2, 0 < x < 70 \\ (2) \quad S(x) &= 210x - \frac{1}{2}x^2, 0 < x < 105 \\ (3) \quad S(x) &= 105x - \frac{3}{2}x^2, 0 < x < 70 \\ (4) \quad S(x) &= 105x - \frac{3}{2}x^2, 0 < x < 105 \end{aligned}$$